

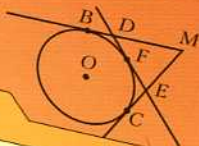
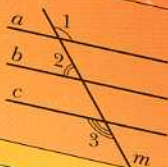
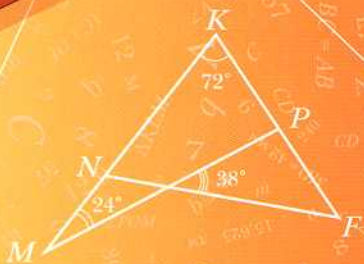


А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

класс



вентана
граф



Геометрия

Дидактические
материалы



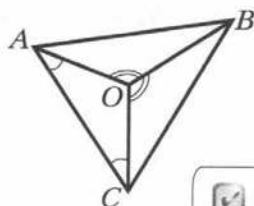
российский
учебник

Алгоритм успеха

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

Геометрия

Дидактические материалы



7 класс



Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2018

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
М52

Мерзляк А.Г.

М52 Геометрия : дидактические материалы : 7 класс : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир. — М. : Издательский центр «Вентана-Граф», 2018. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-09243-8

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Они используются в комплексе с учебником «Геометрия. 7 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир), входящим в систему «Алгоритм успеха».

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-360-09243-8

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2013
© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2013

От авторов

Данные дидактические материалы вместе с учебником входят в учебно-методический комплект «Геометрия. 7 класс» авторов А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, Е.М. Рабиновича, М.С. Якира, но они также могут быть использованы учителями, работающими по другим комплектам.

Раздел «Упражнения» состоит из четырёх однотипных вариантов по 185 задач в каждом (задачи, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Этот материал в первую очередь предназначен для составления самостоятельных проверочных работ. Наличие аналогичных заданий позволяет также использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Раздел «Контрольные работы» содержит примерные контрольные работы.

Упражнения

Вариант 1

Точки и прямые

- Отметьте в тетради точки, как показано на рисунке 1. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
- Проведите прямую и отметьте на ней точки K , T и N . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
- Пользуясь рисунком 2:
 - определите, пересекаются ли прямые MK и a ;
 - укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой a ;
 - укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой MK ;
 - укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой a , ни прямой MK .

Рис. 1

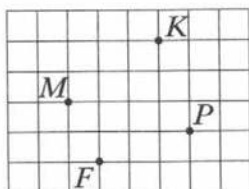
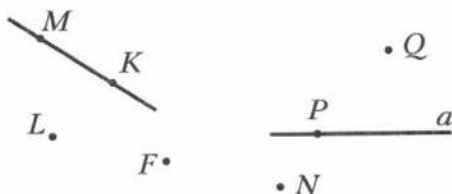


Рис. 2



Отрезок и его длина

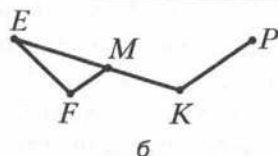
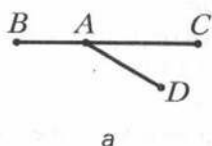
- Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 3, лежат между двумя другими. Для каждой трёх точек, отмеченных на рисунке 3, запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.

Рис. 3



5. Укажите все отрезки, изображённые на рисунке 4.

Рис. 4

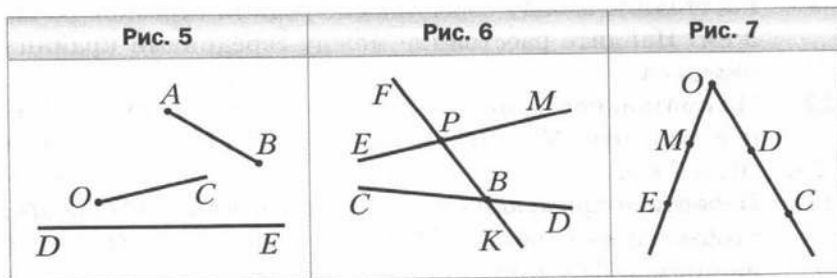


6. Точка D лежит между точками K и F . Найдите:
- 1) отрезок KF , если $KD = 2,7$ см, $DF = 11,6$ см;
 - 2) отрезок FD , если $DK = \frac{5}{6}$ дм, $KF = 4$ дм.
7. Лежит ли точка A между точками B и C , если $AB = 3,7$ см, $AC = 4,7$ см, $BC = 8,3$ см? Ответ обоснуйте.
8. Точка M принадлежит отрезку KE , длина которого равна 27 см. Найдите длины отрезков MK и ME , если:
- 1) длина отрезка MK на 7 см меньше длины отрезка ME ;
 - 2) длина отрезка MK в 2 раза больше длины отрезка ME ;
 - 3) $MK : ME = 2 : 7$.
9. На прямой последовательно отмечены точки A, B, C и D так, что $AC = 8$ см, $BC = 3$ см, $BD = 6$ см. Найдите AD .
10. Точка P лежит между точками M и F , точки E и N — середины отрезков MP и PF соответственно. Найдите длину отрезка MF , если $EN = 4,7$ см.
11. Отрезок длиной 10 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами средних отрезков равно 3 см. Найдите расстояние между серединами крайних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки A, B, C, D и E так, что $AC = BD$ и $BC = DE$. Найдите CE , если $AC = 7$ см.
13. Начертите прямую и отметьте на ней точки M и N так, чтобы длина отрезка MN была равной 7 см. Отметьте на прямой MN такую точку P , что $MP - PN = 3$ см.

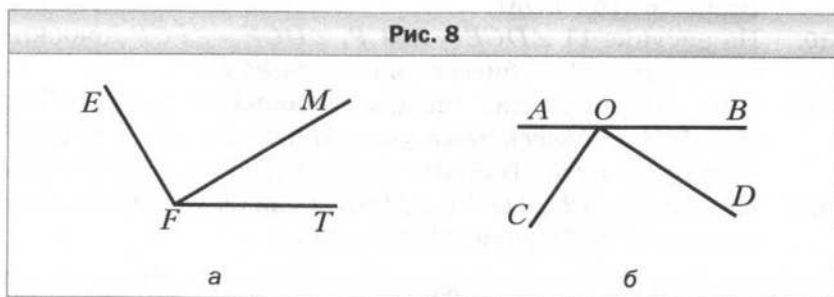
14. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками B и C , если $AB = 2,7$ см, $AC = 6,4$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки E , F , K и P лежат на одной прямой. Точка F лежит между точками E и K . Найдите длину отрезка FP , если $EF = 4$ см, $EK = 11$ см, $KP = 14$ см. Сколько решений имеет задача?
16. Начертите прямую и отметьте на ней точки C и D так, чтобы длина отрезка CD была равной 11 см. Найдите на прямой CD все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка CD равна: 1) 11 см; 2) 14 см; 3) 9 см.

Луч. Угол. Измерение углов

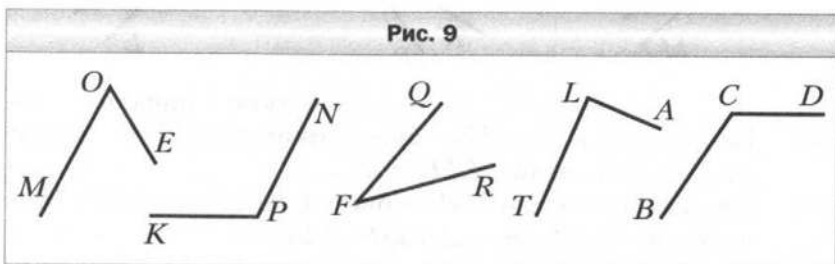
17. Пересекаются ли изображённые на рисунке 5:
1) луч OC и отрезок AB ; 2) луч OC и прямая DE ?
18. Прямая FK пересекает прямые EM и CD в точках P и B соответственно (рис. 6).
1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке B .
2) Укажите пары дополнительных лучей, начало которых — точка P .
19. Отметьте точки E , F , T и K так, чтобы луч EF пересекал прямую TK , а луч TK не пересекал прямую EF .
20. Из приведённых записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной O , изображённого на рисунке 7: COM ; DME ; DOE ; CED ; EOM ; COE ; MCO ; MOD ; EOD .



21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 8.



22. Начертите угол MOF и проведите лучи OK и OP между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 9. Укажите вид каждого угла.



24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 91° ; 3) 90° ; 4) 152° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол AOB , равный 54° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч BD проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол DBC , если $\angle ABC = 63^\circ$, $\angle ABD = 51^\circ$.
27. Луч DA проходит между сторонами угла EDN , равного 112° . Найдите углы EDA и NDA , если угол EDA в 6 раз меньше угла NDA .
28. Прямой угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 2 : 3 : 5. Найдите величины этих углов.

29. На рисунке 10 $\angle POT = 78^\circ$, $\angle FOM = 52^\circ$, $\angle POF = 39^\circ$. Найдите угол TOM .
30. На рисунке 11 $\angle DCE = \angle KCP$, $\angle DCF = \angle FCP$. Докажите, что луч CF — биссектриса угла ECK .
31. Луч DC проходит между сторонами угла ADK . Луч DM — биссектриса угла ADC , луч DP — биссектриса угла CDK . Найдите угол ADK , если $\angle MDP = 82^\circ$.
32. На рисунке 12 $\angle FOD = \angle MOK$ и $\angle MOD = \angle KOE$. Найдите угол EOD , если $\angle FOD = 44^\circ$.

Рис. 10	Рис. 11	Рис. 12

33. На рисунке 13 луч FN — биссектриса угла KFD . Найдите угол NFT , если $\angle KFD = 54^\circ$.
34. На рисунке 14 луч BM — биссектриса угла CBN . Найдите угол CBN , если $\angle ABM = 124^\circ$.

Рис. 13	Рис. 14

Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 36° и 154° ; 2) 59° и 121° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 19° ; 2) 156° .
37. Запишите все пары смежных углов, изображённых на рисунке 15.
38. Один из смежных углов на 38° больше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 5 : 7.
40. На рисунке 16 угол AOB равен 37° . Найдите углы AOD , DOC , BOC .
41. На рисунке 17 $\angle PMF = 32^\circ$, $\angle TMQ = 87^\circ$. Найдите угол KMR .
42. На рисунке 18 $\angle EAC + \angle CAD + \angle FAD = 290^\circ$. Найдите углы EAF и FAD .

Рис. 15

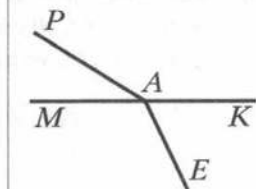


Рис. 16

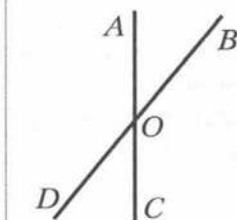


Рис. 17

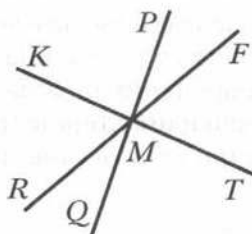
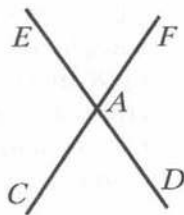
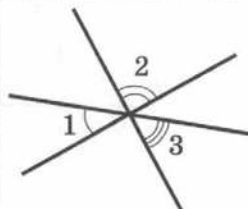


Рис. 18



43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 7 раз больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 19). Найдите угол 1, если $\angle 2 + \angle 3 = 142^\circ$.

Рис. 19



45. На рисунке 20 $\angle ADC = \angle CEF$. Докажите, что $\angle CDE = \angle CED$.
46. Угол между биссектрисой угла ABC и лучом, дополнительным к стороне BA , равен 124° . Найдите угол ABC .
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 54° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 21 прямые AD , BE и CF пересекаются в точке O . Луч OE — биссектриса угла FOD . Найдите угол BOD , если $\angle FOE = 42^\circ$.

Рис. 20

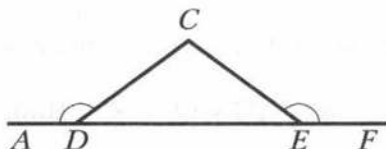
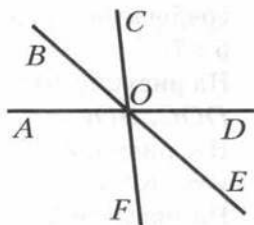


Рис. 21



Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую d и отметьте точку K , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку K прямую, перпендикулярную прямой d .
50. Прямые a и b перпендикулярны (рис. 22). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображённых на рисунке.

Рис. 22

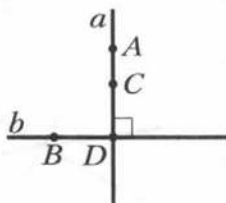
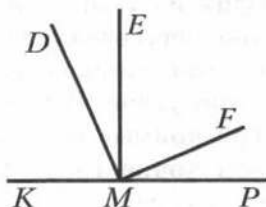


Рис. 23

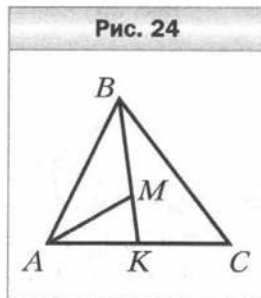


51. На рисунке 23 $\angle KMD = \angle EMF$, $\angle DME = \angle FMP$. Докажите, что $DM \perp MF$.
52. Углы MKP и NKP прямые. Докажите, что точки M , K и N лежат на одной прямой.
53. Как, используя линейку и шаблон угла 15° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники.

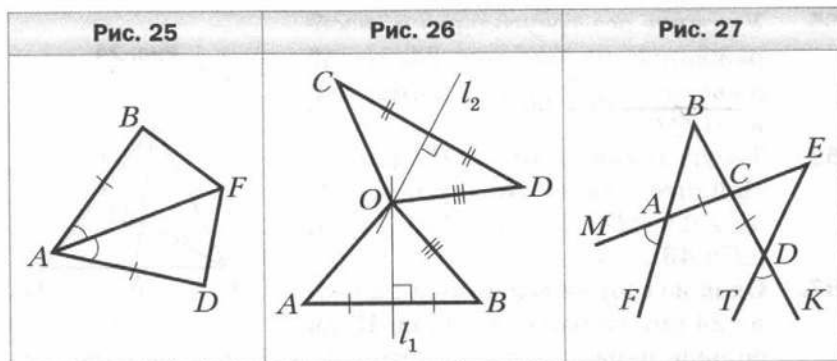
Высота, медиана, биссектриса треугольника

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами M , P , Q . Укажите:
- 1) стороны, прилежащие к углу Q ;
 - 2) угол, противолежащий стороне MP ;
 - 3) проведите высоту и биссектрису треугольника MPQ , выходящие соответственно из вершин P и Q .
55. Укажите все треугольники, изображённые на рисунке 24, одной из вершин которых является точка A .
56. Треугольники ABC и DEF равны. Найдите отрезок BC и угол C , если $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $EF = 14$ см, $\angle F = 43^\circ$.
57. Одна из сторон треугольника равна 24 см, вторая сторона на 18 см больше первой, а третья сторона в 2 раза меньше второй. Найдите периметр треугольника.
58. Одна из сторон треугольника на 41 см меньше второй и в 4 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 107 см.
59. В треугольнике ABC проведены медианы AD и BE . Периметры треугольников ABE и BEC равны, а периметр треугольника ABD больше периметра треугольника ADC на 2 см. Найдите периметр треугольника ABC , если $AB = 6$ см.

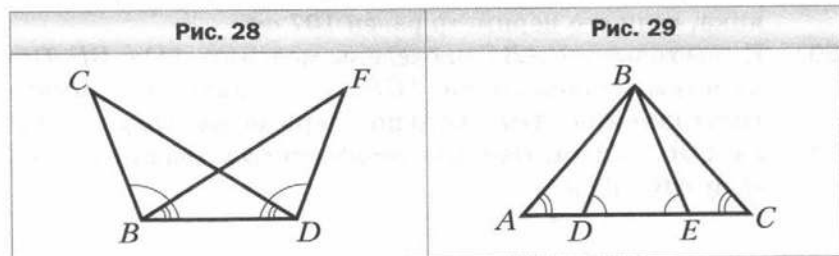


**Первый и второй признаки
равенства треугольников**

60. Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O так, что $AO : OB = CO : OD = 2 : 1$. Докажите, что $\triangle AOD = \triangle COB$.
61. На рисунке 25 $AB = AD$, $\angle BAF = \angle DAF$. Докажите, что $\triangle ABF = \triangle ADF$.
62. На рисунке 26 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите OC , если $OD = OB$ и $OA = 6$ см.
63. Серединный перпендикуляр стороны BC треугольника ABC пересекает сторону AB в точке D . Найдите периметр треугольника ADC , если $AB = 10$ см, $AC = 8$ см.
64. На рисунке 27 $AC = CD$, $\angle MAF = \angle TDK$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle DEC$.



65. На рисунке 28 $\angle CDB = \angle FBD$, $\angle FDB = \angle CBD$. Докажите, что $\angle BCD = \angle BFD$.

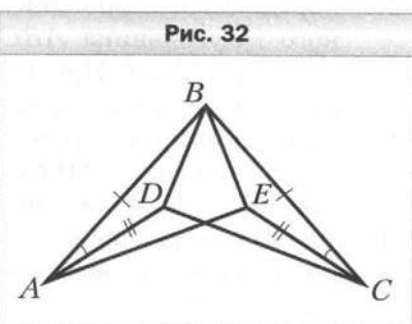
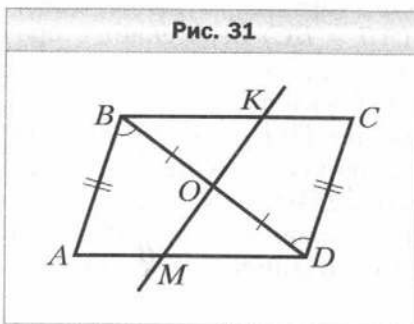
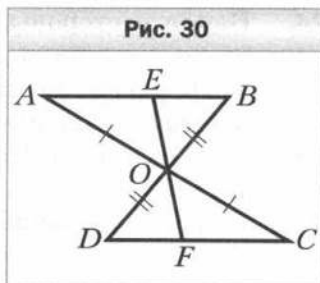


66. На рисунке 29 $AE = DC$, $\angle BDE = \angle BED$, $\angle A = \angle C$. Докажите, что $\angle ABD = \angle CBE$.

67. На рисунке 30 $AO = OC$, $BO = OD$. Докажите, что $\triangle AOE = \triangle COF$.

68. На рисунке 31 $BO = OD$, $AB = CD$, $\angle ABD = \angle BDC$. Докажите, что $\triangle MOD = \triangle KOB$.

69. На рисунке 32 $AB = BC$, $AD = CE$, $\angle BAD = \angle BCE$. Найдите длину отрезка AE , если $CD = 8$ см.



Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 9 см, а боковая сторона — 7 см. Найдите периметр треугольника.

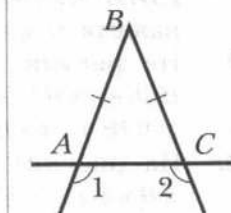
71. Периметр равнобедренного треугольника равен 19 см, а основание — 7 см. Найдите боковую сторону треугольника.

72. Периметр равнобедренного треугольника равен 58 см. Его основание является одной из сторон равностороннего треугольника, периметр которого равен 42 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 28 см, а основание на 8 см меньше боковой стороны.

74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а основание в 3 раза меньше боковой стороны.
75. На рисунке 33 $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.
76. В равнобедренном треугольнике DEF ($DE = EF$) провели высоту EO , длина которой равна 8 см. Найдите периметр треугольника DEF , если периметр треугольника DEO равен 43 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны AB равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекает сторону BC в точке F . Найдите сторону AC , если $AB = 18$ см, а периметр треугольника AFC равен 27 см.
78. В равнобедренном треугольнике DFE на боковых сторонах DF и EF соответственно отметили точки M и K так, что $FM = FK$. Докажите, что $\angle DME = \angle DKE$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по медиане, проведённой к основанию, и углу при вершине.

Рис. 33



Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 34 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $AB = BC$.

Рис. 34

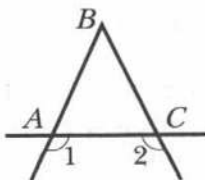
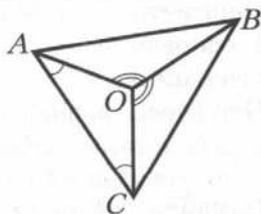


Рис. 35

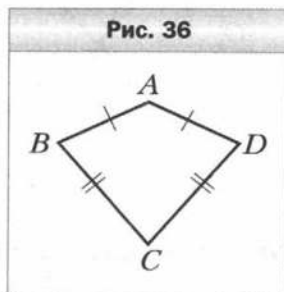


81. На медиане BM равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку O . Докажите, что треугольник AOC равнобедренный.

82. На высоте BD треугольника ABC отметили точку E . Докажите, что если $AE = EC$, то треугольник ABC равнобедренный.
83. На рисунке 35 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOB = \angle COB$. Докажите, что $\triangle AOB = \triangle COB$.
84. На стороне BC треугольника ABC отметили точку M так, что $BM : MC = 2 : 1$. Биссектриса BD перпендикулярна отрезку AM . Найдите BC , если известно, что $AB = 6$ см.

Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 36 $AB = AD$, $CB = CD$. Найдите $\angle ABC$, если $\angle ADC = 72^\circ$.



86. На сторонах BC и B_1C_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ отметили соответственно точки D и D_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $CD = C_1D_1$.

87. На рисунке 37 $AK = AM$, $CK = CM$. Докажите, что $KO = OM$.

88. На рисунке 38 $BC = AD$, $AM = CN$, $BM = DN$. Найдите $\angle ABM$, если $\angle CDN = 31^\circ$.

Рис. 37

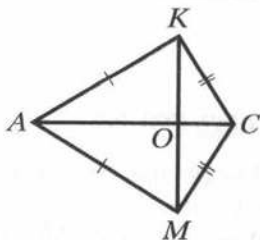
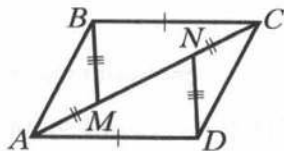


Рис. 38



Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 39. Проведите через точку O прямые, параллельные прямым k и p .
90. На рисунке 40 $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle MKF = \angle PKF$, $\angle KMF = \angle KPF$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

Рис. 39

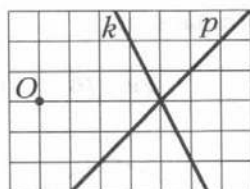
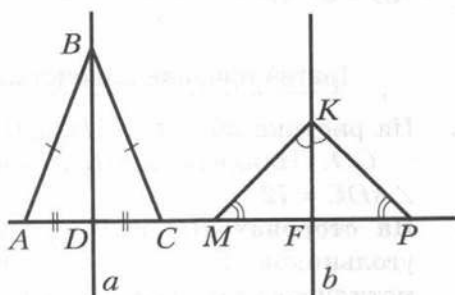
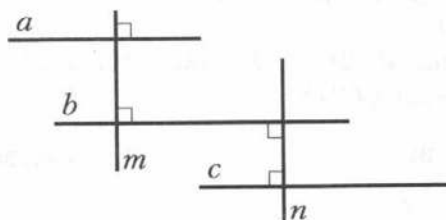


Рис. 40



91. Докажите, что прямые a и c параллельны (рис. 41).

Рис. 41



Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 42 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
93. Параллельны ли прямые a и b на рисунке 43? Ответ обоснуйте.

Рис. 42

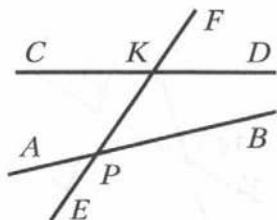
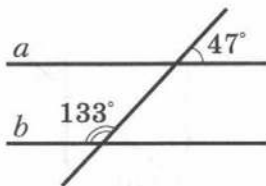


Рис. 43



94. На рисунке 44 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что прямые a и c параллельны.

95. На рисунке 45 $AB = BC$, $A_1B_1 = B_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. Докажите, что прямые BC и B_1C_1 параллельны.

96. На рисунке 46 $FN = NE$, $\angle MEP = \angle BEP$. Докажите, что прямые EB и FN параллельны.

Рис. 44

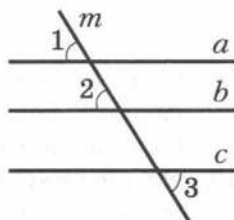


Рис. 45

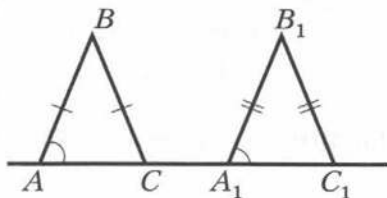
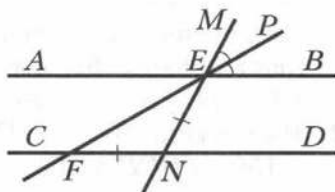


Рис. 46

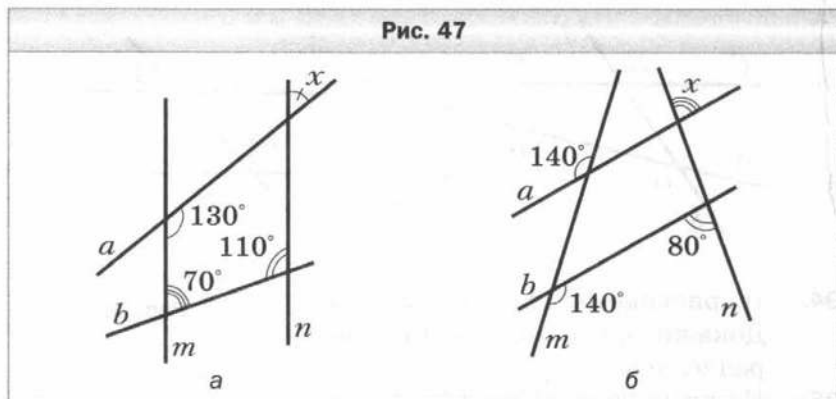


Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 72° .

98. На рисунке 47 найдите градусную меру угла x .

Рис. 47



99. Один из односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей, на 32° больше другого. Найдите эти углы.
100. На рисунке 48 прямые AB и CD параллельны. Докажите, что биссектрисы углов EKB и EPD параллельны.
101. На стороне BA угла ABC отметили точку D и через неё провели прямую, параллельную стороне BC . Эта прямая пересекла биссектрису угла ABC в точке E . Найдите углы DBE и BDE , если $\angle DEB = 25^\circ$.
102. На рисунке 49 биссектрисы углов BAC и ACD пересекают прямую BD в точках E и F . Докажите, что если $CD = DF$, то $AB = BE$.
103. На рисунке 50 $AB \parallel DE$. Найдите $\angle CDE$, если $\angle ABC = 150^\circ$, $\angle BCD = 100^\circ$.

Рис. 48

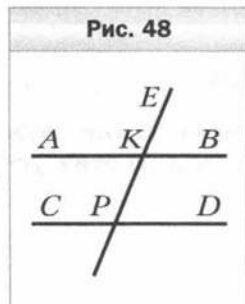


Рис. 49

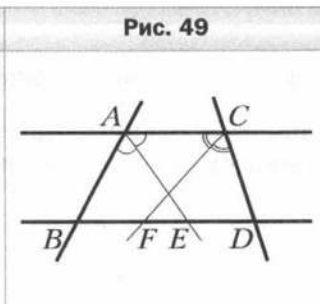
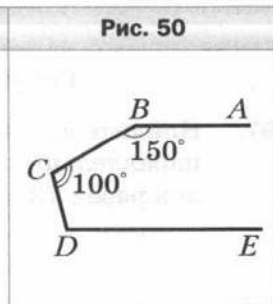


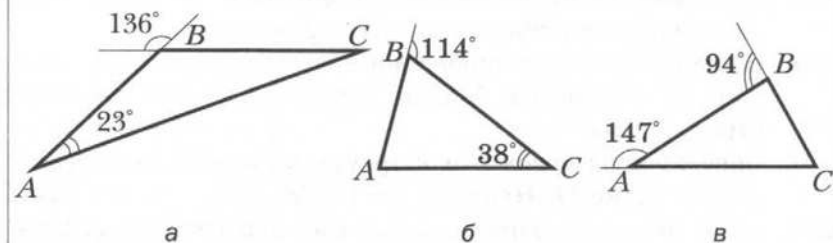
Рис. 50



Сумма углов треугольника

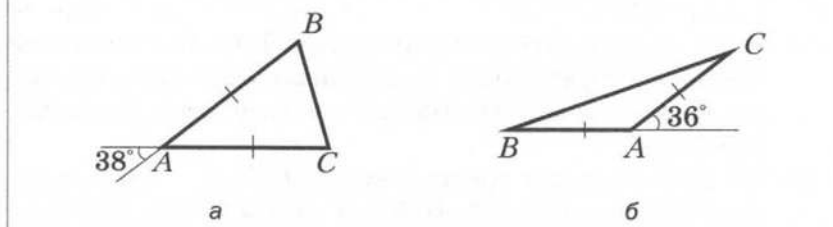
104. Найдите угол треугольника, если два другие его угла равны 53° и 62° .
105. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 48° . Найдите углы при основании этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 51 неизвестные углы треугольника ABC .

Рис. 51



107. Найдите на рисунке 52 неизвестные углы равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$).

Рис. 52



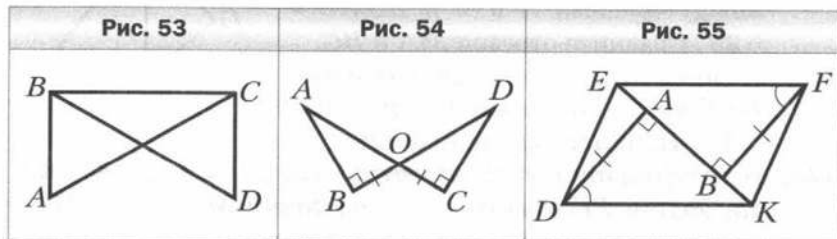
108. Найдите углы треугольника DEF , если $\angle D + \angle E = 70^\circ$, $\angle E + \angle F = 150^\circ$.
109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 36° больше угла при вершине.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $3 : 4 : 5$.

111. Один из углов треугольника равен 82° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 80° ; 2) 83° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 137° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 28° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 148° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них на 36° меньше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 139° и 87° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на 24° больше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов E и F треугольника DEF пересекаются в точке O . Найдите угол EDF , если $\angle EOF = 115^\circ$.
117. Один из углов, образованных при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 124° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике ABC проведены высота AT и биссектриса AM . Найдите угол TAM , если $\angle BAC = 84^\circ$, $\angle ABC = 46^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 100° . Высота и биссектриса, проведенные из вершины этого угла, образуют угол, равный 20° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса BD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle BDC = 56^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса BK прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке D . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle BDC = 118^\circ$.
122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 5 см, 9 см, 14 см; 2) 6 см, 8 см, 15 см? Ответ обоснуйте.

123. Найдите сторону AC равнобедренного треугольника ABC , если $AB = 10$ см, $BC = 4$ см.
124. Сравните углы треугольника ABC , если $AB < BC$ и $AB = AC$.
125. Сравните стороны треугольника DEF , если $\angle D > \angle E$ и $\angle E > \angle F$.
126. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 74^\circ$, $BC = 6$ см, $AC = 5$ см?
127. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle A = 100^\circ$, $AB = 9$ см, $BC = 4$ см?
128. Может ли наибольшая сторона треугольника лежать против угла 42° ?
129. В треугольнике ABC известно, что $AB = 1,2$ см, $AC = 2,3$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если её длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

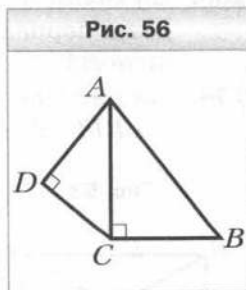
130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 86° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 53 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AC = BD$. Докажите, что $AB = CD$.
132. На рисунке 54 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $BO = CO$. Найдите AB , если $CD = 8$ см.
133. Из точки K , лежащей на биссектрисе угла ABC , проведены перпендикуляры KM и KN к его сторонам. Найдите BM , если $BN = 6$ см.
134. На рисунке 55 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DA = FB$, $\angle ADK = \angle BFE$. Докажите, что $\angle DEK = \angle FKE$.



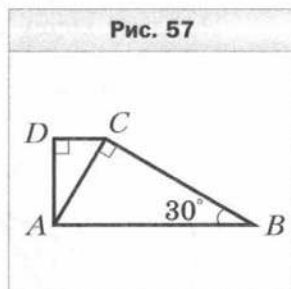
- 135.** Через вершину B треугольника ABC провели прямую, пересекающую сторону AC в точке K . Из точек A и C на прямую BK опустили перпендикуляры AD и CE . Докажите, что если $AD = CE$, то отрезок BK — медиана треугольника ABC .
- 136.** Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB , а точки C и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AB . Докажите, что если $AD = BC$, то прямые AC и BD параллельны.
- 137.** Докажите равенство прямоугольных треугольников по острому углу и биссектрисе, проведённой из вершины этого угла.
- 138.** В остроугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели высоты BD и B_1D_1 . Докажите, что если $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ и $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

- 139.** Стороны прямоугольного треугольника равны 5 см, 12 см и 13 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.
- 140.** Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведённая к гипотенузе, равны 24 см, 30 см, 40 см и 50 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведённой к гипотенузе.
- 141.** На рисунке 56 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$. Докажите, что $AB > CD$.
- 142.** Из точки M к прямой AB проведены наклонные MA и MB и перпендикуляр MC так, что точка C лежит между точками A и B и $\angle BMC = 35^\circ$. Сравните отрезки MA и BC .
- 143.** В прямоугольном треугольнике DEF катет DF равен 14 см, $\angle E = 30^\circ$. Найдите гипотенузу DE .
- 144.** В треугольнике KPE известно, что $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 60^\circ$. На катете PE отметили такую точку M , что $\angle KMP = 60^\circ$. Найдите PM , если $EM = 16$ см.



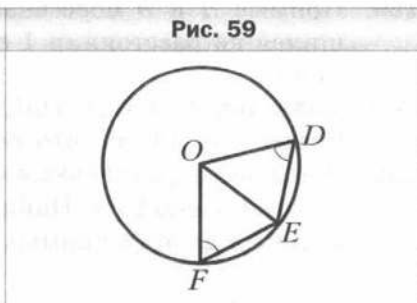
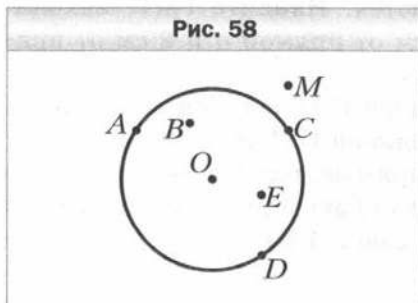
145. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CM . Найдите угол ABC , если $AC = 2$ см, $AM = 1$ см.
146. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CD . Найдите отрезок BD , если $AB = 8$ см, $BC = 4$ см.
147. На рисунке 57 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$. Найдите угол ACD , если $AB = 4$ см, $CD = 1$ см.
148. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. Биссектриса угла A пересекает катет BC в точке K . Найдите BK , если $AK - CK = 8$ см.



Геометрическое место точек.

Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 58 принадлежат окружности с центром O ; кругу с центром O ?
150. Найдите диаметр окружности, если её радиус равен: 1) 3 см; 2) m см.
151. Начертите окружность, радиус которой равен 4 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.
152. В окружности проведены радиусы OD , OE и OF (рис. 59). Найдите FE , если $\angle OFE = \angle ODE$ и $DE = 8$ см.



- 153.** На рисунке 60 точка O — центр окружности, $\angle ABC = 32^\circ$. Найдите $\angle AOC$.
- 154.** В окружности с центром O проведены диаметр AB и хорда AC . Найдите $\angle ABC$, если $\angle ACO = 52^\circ$.
- 155.** На рисунке 61 хорда CD пересекает диаметр AB в точке K , $\angle DEK = \angle CFK = 90^\circ$, $\angle DKA = 60^\circ$, $EF = 10$ см. Найдите хорду CD .

Рис. 60

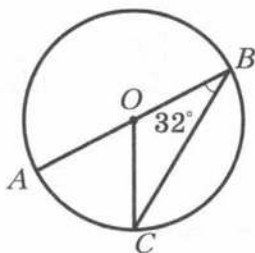
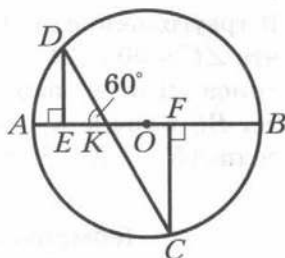


Рис. 61



- 156.** Дан отрезок AB длиной 3 см. Найдите ГМТ, равноудалённых от точек A и B и находящихся на расстоянии 2 см от прямой AB .
- 157.** На одной из сторон острого угла отмечены точки A и B . Найдите ГМТ, равноудалённых от точек A и B и находящихся на расстоянии 1,5 см от прямой, содержащей вторую сторону угла.
- 158.** Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 2 раза меньше её радиуса.
- 159.** Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, находящихся на расстоянии 1 см от прямой a и 2 см от прямой b .
- 160.** Даны точки A и B . Найдите ГМТ вершин C треугольников ABC таких, что медиана CM равна 2 см.
- 161.** Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 4 см.

162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 1,5 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых меньше 2 см.

Некоторые свойства окружности.

Касательная к окружности

163. Прямая касается окружности с центром O в точке A . На касательной по разные стороны от точки A отметили точки B и C такие, что $OB = OC$. Найдите AB , если $AC = 6$ см.

164. На рисунке 62 прямая BC касается окружности с центром O в точке B . Найдите $\angle AOB$, если $\angle ABC = 63^\circ$.

165. На рисунке 63 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные DE и KP , пересекающиеся в точке N . Найдите NE , если $ND = 3$ см, а радиус меньшей окружности равен 4 см.

166. На рисунке 64 две окружности имеют общий центр O . Через точку A большей окружности проведены касательные AD и AE к меньшей окружности. Найдите ра-

Рис. 62

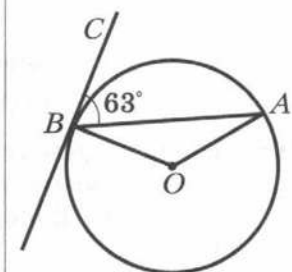


Рис. 63

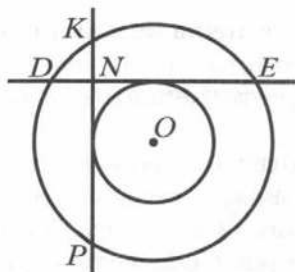
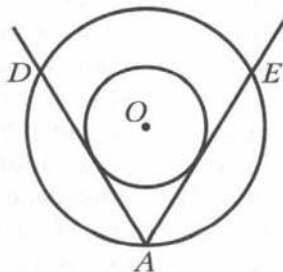
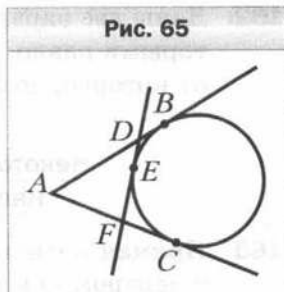


Рис. 64



диус большей окружности, если радиус меньшей равен 5 см, а $\angle DAE = 60^\circ$.

167. На рисунке 65 прямые AB , AC и DF касаются окружности в точках B , C и E соответственно. Найдите отрезок AB , если периметр треугольника ADF равен 16 см.



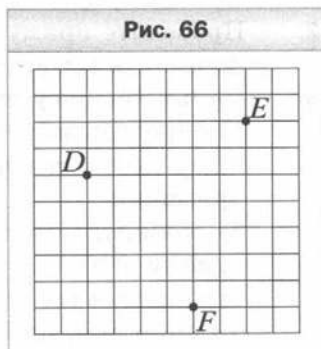
Описанная и вписанная окружности треугольника

168. Точка пересечения медиан AM и BK треугольника ABC является центром описанной около него окружности. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
169. На серединном перпендикуляре стороны AB треугольника ABC отмечена такая точка O , что $\angle OAC = \angle OCA$. Докажите, что точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .
170. Найдите высоту равнобедренного треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 8 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $3 : 4$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите боковую сторону треугольника, если его основание равно 12 см.
172. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 4 см и 6 см. Найдите периметр треугольника, если радиус окружности равен 2 см.
173. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, пересекающая боковые стороны AC и BC в точках D и E соответственно. Найдите периметр треугольника CDE , если периметр треугольника ABC равен 20 см и $AB = 6$ см.

174. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке K . Найдите BK , если $AC = 6$ см, а периметр треугольника ABC равен 16 см.

Задачи на построение

175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 66. Постройте окружность, проходящую через точки D , E и F .



176. Постройте касательную к данной окружности, перпендикулярную данной прямой. Сколько решений имеет задача?
177. Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треугольника, проведённой из вершины угла при основании, и углу при основании.
178. Постройте равнобедренный треугольник по углу при вершине и высоте, проведённой к боковой стороне.
179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по его высоте, проведённой к гипотенузе.
180. Постройте равносторонний треугольник по его медиане.
181. Постройте треугольник ABC по стороне AC , медиане BM и углу BMC .
182. Даны прямая a и принадлежащая ей точка B . Постройте точку, удалённую от точки B на 4 см и от прямой a на 3 см. Сколько решений имеет задача?
183. Дан треугольник CDM . Постройте точку, равноудалённую от точек C и D и находящуюся на расстоянии 2 см от точки M . Сколько решений может иметь задача?
184. Прямая l пересекает стороны угла ABC . Постройте точку, принадлежащую углу, равноудалённую от его сторон и находящуюся на расстоянии 2 см от прямой l . Сколько решений может иметь задача?
185. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катета и гипотенузы и углу, противолежащему второму катету.

Вариант 2

Точки и прямые

1. Отметьте в тетради точки, как показано рисунке 67. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
2. Проведите прямую и отметьте на ней точки M , E и F . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 68:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые AB и b ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой b ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой AB ;
 - 4) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой b , ни прямой AB .

Рис. 67

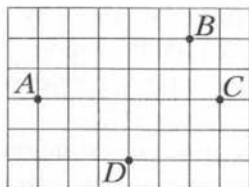
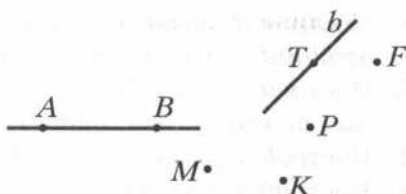


Рис. 68



Отрезок и его длина

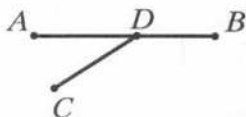
4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 69, лежат между двумя другими. Для каждой трёх точек, отмеченных на рисунке 69, запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.

Рис. 69

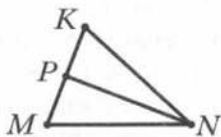


5. Укажите все отрезки, изображённые на рисунке 70.

Рис. 70



а



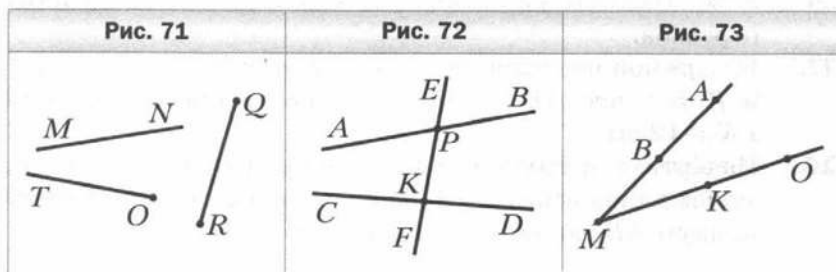
б

6. Точка C лежит между точками A и B . Найдите:
- 1) отрезок AB , если $AC = 12,6$ см, $CB = 14,4$ см;
 - 2) отрезок BC , если $AB = 2$ м, $AC = \frac{3}{4}$ м.
7. Лежит ли точка E между точками D и F , если $DE = 6,4$ см, $EF = 3,9$ см, $DF = 9,3$ см? Ответ обоснуйте.
8. Точка C принадлежит отрезку AB , длина которого равна 48 см. Найдите длины отрезков AC и BC , если:
- 1) длина отрезка AC на 4 см больше длины отрезка BC ;
 - 2) длина отрезка AC в 5 раз меньше длины отрезка BC ;
 - 3) $AC : BC = 7 : 5$.
9. На прямой последовательно отмечены точки K , O , M и N так, что $KM = 9$ см, $ON = 8$ см, $KN = 12$ см. Найдите OM .
10. Точка C лежит между точками A и B , точки D и E — середины отрезков AC и CB соответственно. Найдите длину отрезка DE , если $AB = 8,4$ см.
11. Отрезок длиной 8 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 5 см. Найдите расстояние между серединами средних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки A , D , E , F и K так, что $AE = DF$ и $DE = FK$. Найдите AE , если $EK = 12$ см.
13. Начертите прямую и отметьте на ней точки A и B так, чтобы длина отрезка AB была равной 5 см. Отметьте на прямой AB такую точку C , что $AC - BC = 2$ см.

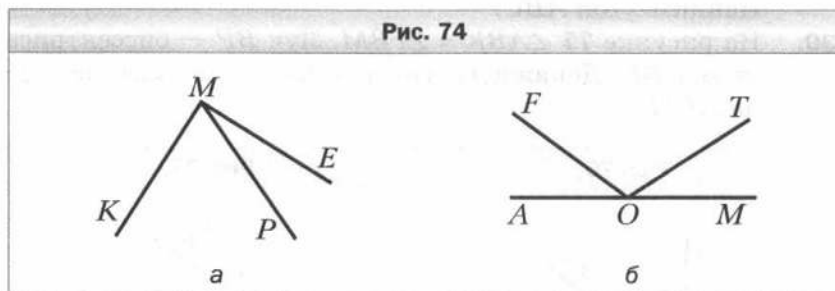
14. Точки K , P и T лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками P и T , если $KP = 4,9$ см, $KT = 5,4$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки A , B , C и D лежат на одной прямой. Точка C лежит между точками A и B . Найдите длину отрезка CD , если $AB = 10$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см. Сколько решений имеет задача?
16. Начертите прямую и отметьте на ней точки A и B так, чтобы длина отрезка AB была равной 8 см. Найдите на прямой AB все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка AB равна: 1) 8 см; 2) 10 см; 3) 7 см.

Луч. Угол. Измерение углов

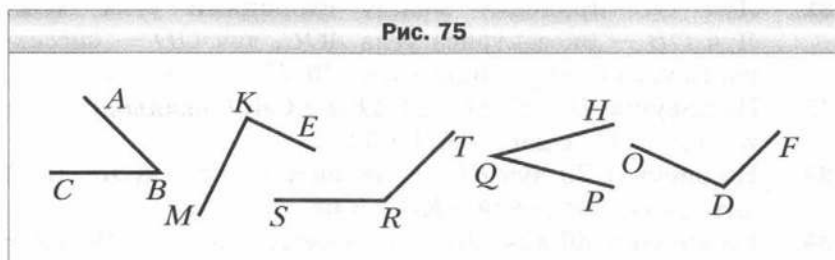
17. Пересекаются ли изображённые на рисунке 71:
1) луч OT и отрезок QR ; 2) луч OT и прямая MN ?
18. Прямая EF пересекает прямые AB и CD в точках P и K соответственно (рис. 72).
1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке P .
2) Укажите пары дополнительных лучей, начало которых — точка K .
19. Отметьте точки A , B , C и D так, чтобы прямые AB и CD пересекались, а лучи AB и CD не пересекались.
20. Из приведённых записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной M , изображённого на рисунке 73: AOM ; AMO ; AMB ; OMA ; AMK ; MAO ; ABO ; KMB ; OMB .



21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 74.

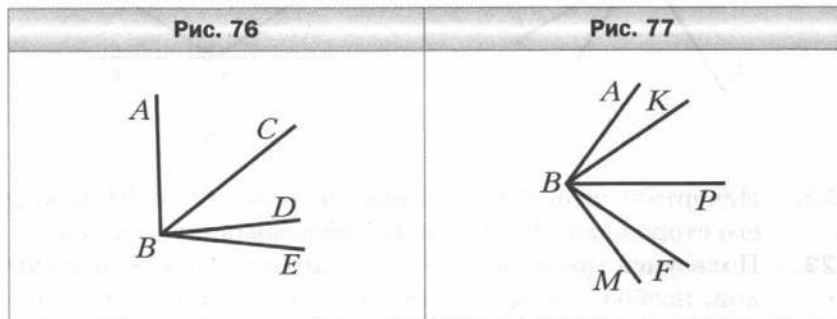


22. Начертите угол ABC и проведите лучи BD и BE между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 75. Укажите вид каждого угла.

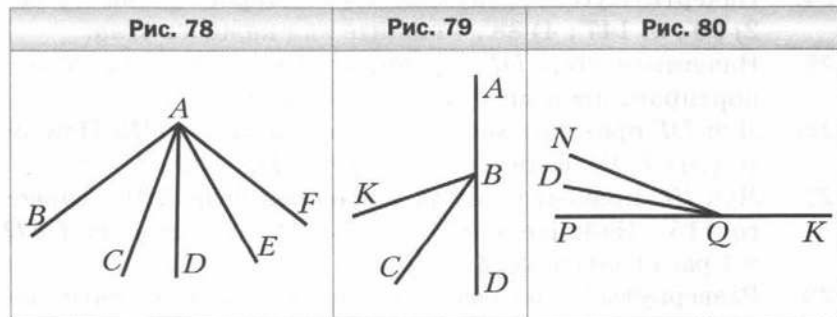


24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 54° ; 2) 90° ; 3) 147° ; 4) 88° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол DEF , равный 116° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч DF проходит между сторонами угла EDK . Найдите угол FDK , если $\angle EDK = 38^\circ$, $\angle EDF = 29^\circ$.
27. Луч BC проходит между сторонами угла ABD , равного 115° . Найдите углы CBD и ABC , если угол CBD в 4 раза больше угла ABC .
28. Развёрнутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как $2 : 3 : 4$. Найдите величины этих углов.

29. На рисунке 76 $\angle ABD = 85^\circ$, $\angle CBE = 45^\circ$, $\angle DBE = 12^\circ$. Найдите угол ABC .
30. На рисунке 77 $\angle ABK = \angle FBM$. Луч BP — биссектриса угла KBF . Докажите, что луч BP — биссектриса угла ABM .

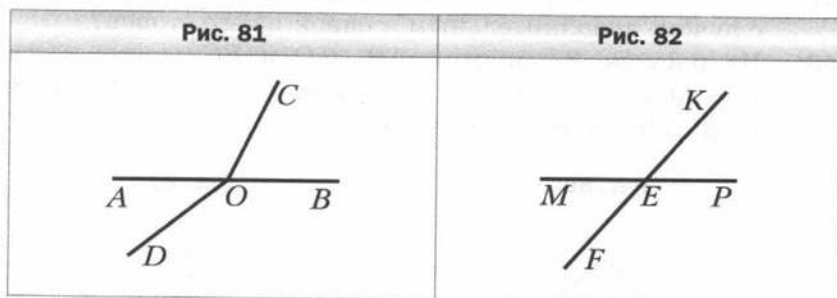


31. Луч OC проходит между сторонами угла AOE . Луч OB — биссектриса угла AOC , луч OD — биссектриса угла COE . Найдите угол BOD , если $\angle AOE = 144^\circ$.
32. На рисунке 78 $\angle BAD = \angle CAE$ и $\angle CAD = \angle EAF$. Найдите угол DAF , если $\angle BAD = 52^\circ$.
33. На рисунке 79 луч BC — биссектриса угла KBD . Найдите угол ABC , если $\angle KBD = 68^\circ$.
34. На рисунке 80 луч QD — биссектриса угла PQN . Найдите угол PQN , если $\angle DQK = 158^\circ$.

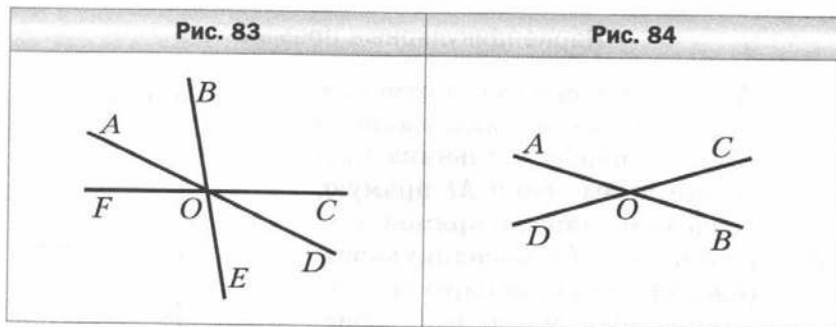


Смежные и вертикальные углы

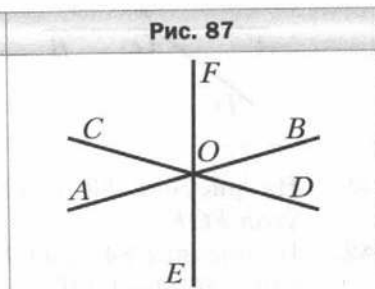
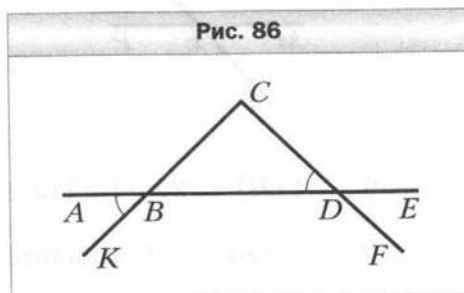
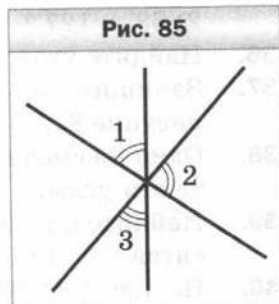
35. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 48° и 132° ; 2) 63° и 127° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 17° ; 2) 133° .
37. Запишите все пары смежных углов, изображённых на рисунке 81.
38. Один из смежных углов на 42° меньше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 4 : 5.
40. На рисунке 82 угол MEK равен 132° . Найдите углы MEF , FEP , PEK .



41. На рисунке 83 $\angle AOB = 56^\circ$, $\angle COD = 25^\circ$. Найдите угол FOE .
42. На рисунке 84 $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210^\circ$. Найдите углы AOD и DOB .

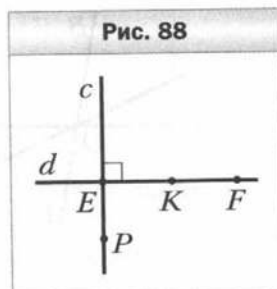


43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 2 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 85). Найдите сумму углов 1 и 2, если $\angle 3 = 41^\circ$.
45. На рисунке 86 $\angle ABK = \angle CDB$. Докажите, что $\angle CBA = \angle BDF$.
46. Угол между биссектрисой угла AOC и лучом, дополнительным к стороне OC , равен 138° . Найдите угол AOC .
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 48° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 87 прямые AB , CD и EF пересекаются в точке O . Луч OE — биссектриса угла AOD . Найдите угол AOF , если $\angle AOD = 148^\circ$.



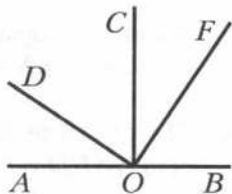
Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую a и отметьте точку M , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой a .
50. Прямые c и d перпендикулярны (рис. 88). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображенных на рисунке.



51. На рисунке 89 $\angle AOD = \angle COF$, $\angle DOC = \angle BOF$. Докажите, что $OC \perp AB$.
52. Углы ABD и CBD прямые. Докажите, что точки A , B и C лежат на одной прямой.
53. Как, используя линейку и шаблон угла 18° , построить перпендикулярные прямые?

Рис. 89



Равные треугольники.

Высота, медиана, биссектриса треугольника

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами A , B , C . Укажите:
- 1) сторону, противоположную углу B ;
 - 2) углы, прилежащие к стороне BC ;
 - 3) проведите высоту и биссектрису треугольника ABC , выходящие соответственно из вершин B и C .

55. Укажите все треугольники, изображённые на рисунке 90, одной из вершин которых является точка A .

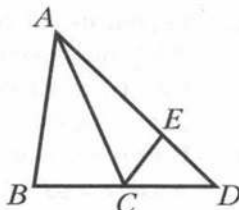
56. Треугольники MNP и AKT равны. Найдите отрезок AK и угол N , если $\angle M = \angle A$, $\angle P = \angle T$, $MN = 32$ см, $\angle K = 60^\circ$.

57. Одна из сторон треугольника равна 38 см, вторая сторона на 16 см меньше первой, а третья сторона в 2 раза больше второй. Найдите периметр треугольника.

58. Одна из сторон треугольника в 3 раза меньше второй и на 23 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 108 см.

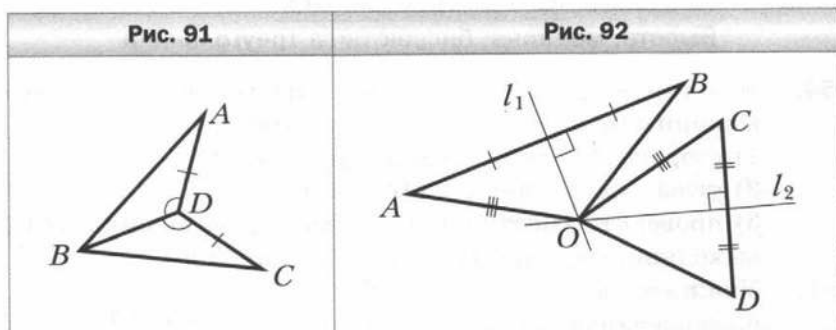
59. В треугольнике ABC проведены медианы AM и CK . Периметры треугольников ACK и BSK равны, а периметр треугольника ABC равен 26 см. Найдите разность периметров треугольников ABM и ACM , если $AB = 10$ см.

Рис. 90

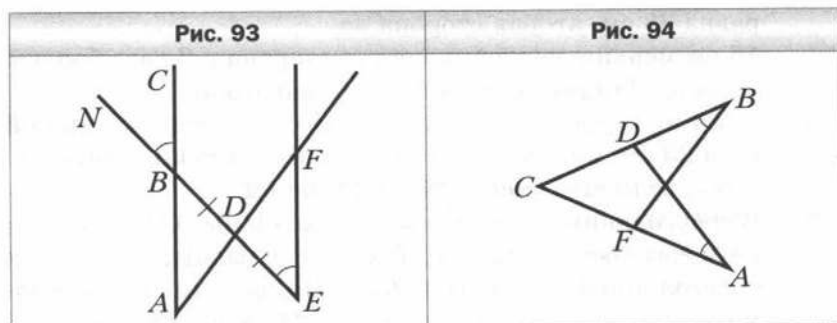


**Первый и второй признаки равенства
треугольников**

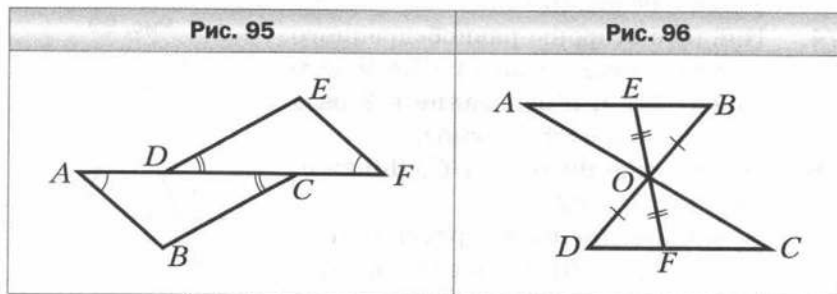
60. Равные отрезки MN и KF пересекаются в точке E так, что $ME : EN = KE : EF = 3 : 1$. Докажите, что $\triangle MEF = \triangle KEN$.
61. На рисунке 91 $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.
62. На рисунке 92 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите OD , если $OA = OC$ и $OB = 4$ см.



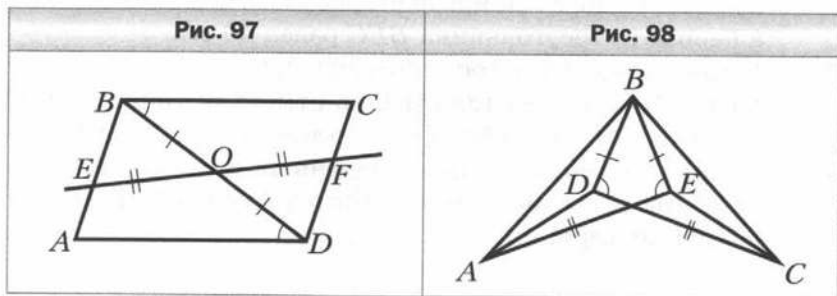
63. Серединный перпендикуляр стороны AB треугольника ABC пересекает сторону BC в точке K . Найдите сторону AC , если $BC = 12$ см, а периметр треугольника AKC равен 18 см.
64. На рисунке 93 $BD = DE$, $\angle NBC = \angle DEF$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle FED$.



65. На рисунке 94 $AC = BC$, $\angle CAD = \angle CBF$. Докажите, что $AD = BF$.
66. На рисунке 95 $AD = CF$, $\angle BAC = \angle DFE$, $\angle ACB = \angle EDF$. Докажите, что $\angle ABC = \angle DEF$.
67. На рисунке 96 $BO = OD$, $EO = OF$. Докажите, что $\triangle AOB = \triangle COD$.



68. На рисунке 97 $BO = OD$, $EO = OF$, $\angle ADB = \angle CBD$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CDB$.
69. На рисунке 98 $BD = BE$, $DC = AE$, $\angle BDC = \angle BEA$. Найдите длину отрезка AD , если $CE = 6$ см.

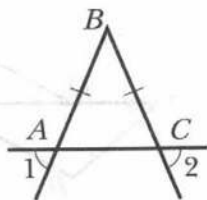


Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 5 см, а боковая сторона — 6 см. Найдите периметр треугольника.
71. Периметр равнобедренного треугольника равен 12 см, а боковая сторона — 5 см. Найдите основание треугольника.

72. Периметр равнобедренного треугольника равен 40 см. Его боковая сторона является одной из сторон равностороннего треугольника, периметр которого равен 45 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.
73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 22 см, а боковая сторона на 2 см больше основания.
74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 70 см, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.
75. На рисунке 99 $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.
76. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) провели высоту BD . Найдите её длину, если периметр треугольника ABC равен 50 см, а периметр треугольника ABD — 40 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны AB равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекает сторону AC в точке E . Найдите сторону AC , если $AB = 14$ см, а периметр треугольника BEC равен 40 см.
78. В равнобедренном треугольнике ABC на боковых сторонах AB и BC соответственно отметили точки N и M так, что $\angle MAB = \angle NCB$. Докажите, что $AN = CM$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по углу при вершине и биссектрисе треугольника, проведённой из вершины этого угла.

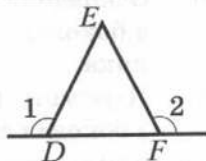
Рис. 99



Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 100 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $ED = EF$.
81. На высоте CH равнобедренного треугольника ABC с основанием AB отметили точку M . Докажите, что треугольник AMB равнобедренный.

Рис. 100

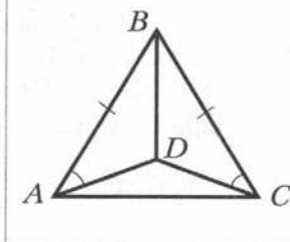


82. На медиане AM треугольника ABC отметили точку D . Докажите, что если $DB = DC$, то треугольник ABC равнобедренный.

83. На рисунке 101 $AB = BC$, $\angle BAD = \angle BCD$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.

84. На стороне FM треугольника KFM отметили точку N так, что $FN : NM = 3 : 1$. Биссектриса FL пересекает отрезок KN в его середине. Найдите FM , если известно, что $KF = 9$ см.

Рис. 101



Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 102 $DM = DE$, $FM = FE$. Найдите $\angle DMF$, если $\angle DEF = 31^\circ$.
86. На сторонах BD и B_1D_1 треугольников ABD и $A_1B_1D_1$ отметили соответственно точки C и C_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $CD = C_1D_1$.
87. На рисунке 103 $AD = AC$, $BD = BC$. Докажите, что $\angle AOD = \angle AOC$.
88. На рисунке 104 $AB = CD$, $BC = AD$, $AE = CF$. Найдите $\angle ABE$, если $\angle CDF = 49^\circ$.

Рис. 102

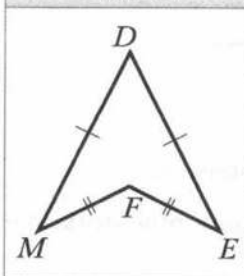


Рис. 103

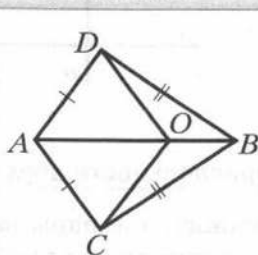
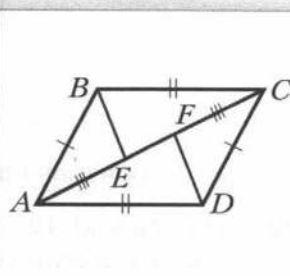


Рис. 104



Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 105. Проведите через точку M прямые, параллельные прямым a и b .
90. На рисунке 106 $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle BAC = \angle BCA$, $EK = KF$, $\angle EKP = \angle FKP$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

Рис. 105

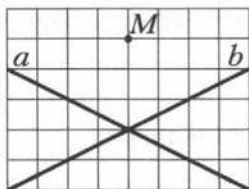
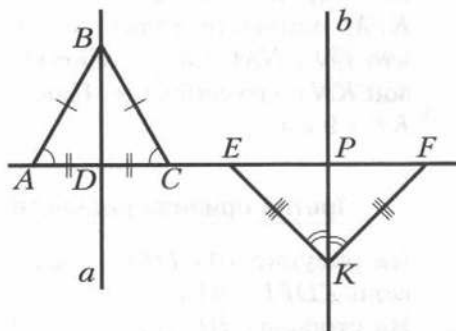
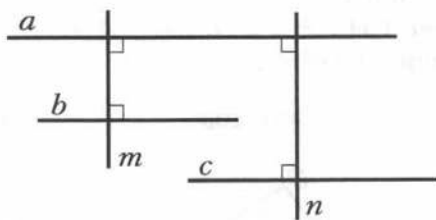


Рис. 106



91. Докажите, что прямые b и c параллельны (рис. 107).

Рис. 107



Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 108 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
93. Параллельны ли прямые m и n на рисунке 109? Ответ обоснуйте.

Рис. 108

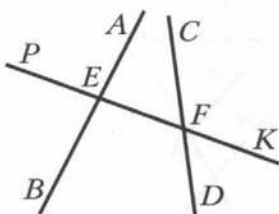
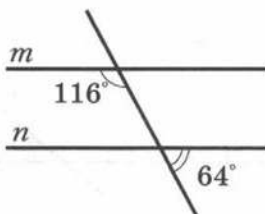


Рис. 109



94. На рисунке 110 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что прямые a и c параллельны.

Рис. 110

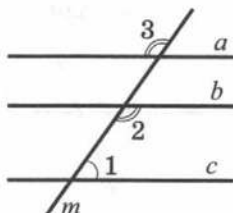
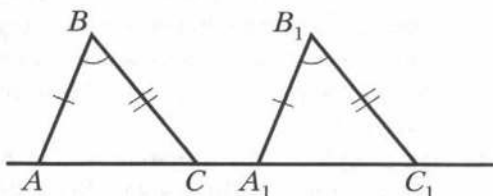


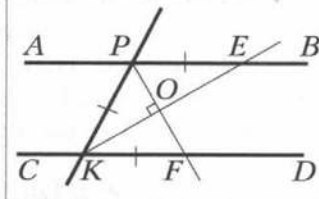
Рис. 111



95. На рисунке 111 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Докажите, что прямые AB и A_1B_1 параллельны.

96. На рисунке 112 $PE = PK$, $PF \perp KE$. Докажите, что прямые PE и KF параллельны.

Рис. 112

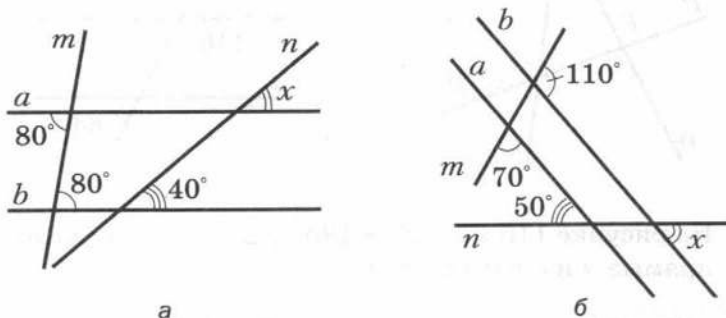


Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 47° .

98. На рисунке 113 найдите градусную меру угла x .

Рис. 113



99. Один из односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей, на 48° меньше другого. Найдите эти углы.

100. На рисунке 114 прямые MN и KP параллельны. Докажите, что биссектрисы углов MCD и CDP параллельны.

101. На биссектрисе угла ABC отметили точку K и через неё провели прямую, параллельную стороне BA . Эта прямая пересекает сторону BC в точке F . Найдите углы BFK и FKB , если $\angle FBK = 40^\circ$.

102. На рисунке 115 биссектриса угла ABD пересекает прямую AC в точке F , а биссектриса угла DCB пересекает

Рис. 114

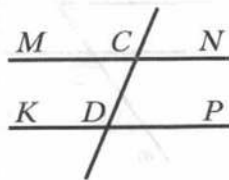


Рис. 115

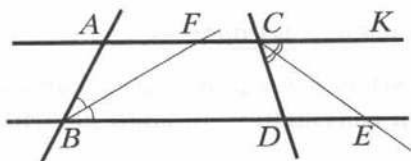
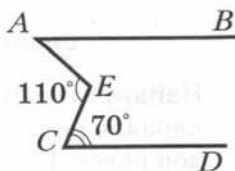


Рис. 116



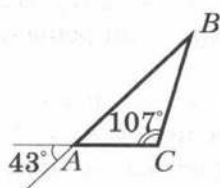
прямую BD в точке E . Докажите, что если $AB = AF$, то $CD = DE$.

103. На рисунке 116 $AB \parallel CD$. Найдите $\angle BAE$, если $\angle AEC = 110^\circ$, $\angle DCE = 70^\circ$.

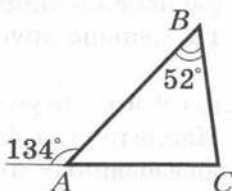
Сумма углов треугольника

104. Найдите угол треугольника, если два другие его угла равны 48° и 126° .
105. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 84° . Найдите углы при основании этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 117 неизвестные углы треугольника ABC .

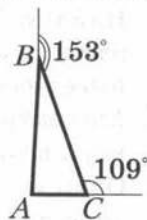
Рис. 117



а



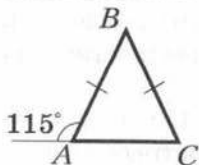
б



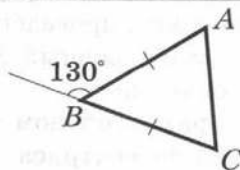
в

107. Найдите на рисунке 118 неизвестные углы равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$).

Рис. 118



а



б

108. Найдите углы треугольника ABC , если $\angle A + \angle B = 100^\circ$, $\angle B + \angle C = 120^\circ$.

109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине на 18° больше угла при основании.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $3 : 5 : 7$.
111. Один из углов треугольника равен 74° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 75° ; 2) 70° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 146° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 89° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 126° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них на 22° больше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 107° и 123° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на 18° меньше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов A и C треугольника ABC пересекаются в точке O . Найдите угол ABC , если $\angle AOC = 125^\circ$.
117. Один из углов, образованных при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 134° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике ABC проведены высота CH и биссектриса CM . Найдите угол HCM , если $\angle BAC = 68^\circ$, $\angle ABC = 26^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 110° . Высота и биссектриса, проведённые из вершины этого угла, образуют угол, равный 30° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса AD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle ADB = 102^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса AK прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке M . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle CMK = 64^\circ$.

122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 7 см, 8 см, 16 см; 2) 7 см, 9 см, 16 см? Ответ обоснуйте.
123. Найдите сторону AB равнобедренного треугольника ABC , если $BC = 7$ см, $AC = 14$ см.
124. Сравните углы треугольника DEF , если $DE < EF$ и $EF = DF$.
125. Сравните стороны треугольника PRS , если $\angle P > \angle S$ и $\angle R = \angle S$.
126. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle B = 44^\circ$, $\angle C = 85^\circ$, $AB = 11$ см, $AC = 12$ см?
127. Существует ли треугольник DEF , в котором $\angle D = 96^\circ$, $DF = 11$ см, $EF = 10$ см?
128. Может ли наименьшая сторона треугольника лежать против угла 63° ?
129. В треугольнике DEF известно, что $DE = 0,8$ см, $EF = 3,4$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если её длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 47° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 119 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AB = CD$. Докажите, что $AC = BD$.
132. На рисунке 120 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AB = CD$. Найдите AO , если $DO = 11$ см.

Рис. 119

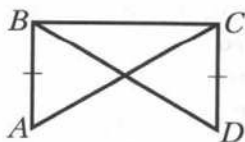
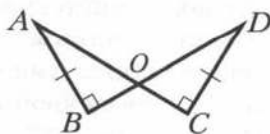
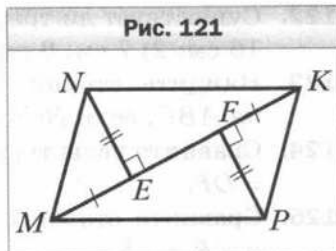


Рис. 120



133. Из точки O , принадлежащей углу ACB , проведены перпендикуляры OD и OE к его сторонам. Найдите угол ACB , если $\angle OCB = 38^\circ$ и $OD = OE$.

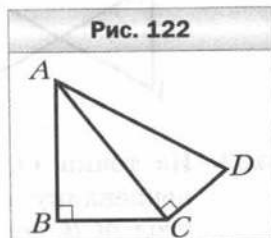
134. На рисунке 121 $NE \perp MK$, $PF \perp MK$, $ME = KF$, $NE = PF$. Докажите, что $\angle NKM = \angle PMK$.



135. Через вершину C треугольника ABC провели прямую, пересекающую сторону AB в точке F . Из точек A и B на прямую CF опустили перпендикуляры AM и BN . Докажите, что если $FM = FN$, то отрезок CF — медиана треугольника ABC .
136. Прямоугольные треугольники DEF ($\angle D = 90^\circ$) и DEK ($\angle E = 90^\circ$) имеют общий катет DE , а точки F и K лежат в разных полуплоскостях относительно прямой DE . Докажите, что если $\angle DFE = \angle DKE$, то прямые EF и DK параллельны.
137. Докажите равенство прямоугольных треугольников по высоте, проведённой из вершины прямого угла, и углу, который она образует с одним из катетов.
138. В остроугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели высоты AH и A_1H_1 . Докажите, что если $AB = A_1B_1$, $CH = C_1H_1$ и $\angle CAH = \angle C_1A_1H_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

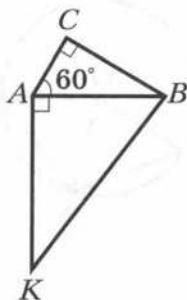
Свойства прямоугольного треугольника

139. Стороны прямоугольного треугольника равны 3 см, 4 см и 5 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.
140. Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведённая к гипотенузе, равны 36 см, 45 см, 60 см и 75 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведённой к гипотенузе.
141. На рисунке 122 $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACD = 90^\circ$. Докажите, что $AD > BC$.



142. Из точки P к прямой AB проведены наклонные PA и PB и перпендикуляр PC так, что точка C лежит между точками A и B и $\angle PAB = 48^\circ$. Сравните отрезки AC и BP .
143. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 16 см, $\angle A = 30^\circ$. Найдите катет BC .
144. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. На катете AC отметили такую точку E , что $\angle BEC = 60^\circ$. Найдите AC , если $EC = 8$ см.
145. В прямоугольном треугольнике DBC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CK . Найдите угол BCK , если $DB = 14$ см, $BC = 7$ см.
146. В прямоугольном треугольнике DEP ($\angle P = 90^\circ$) провели высоту PK . Найдите гипотенузу DE , если $PE = 16$ см, $KE = 8$ см.
147. На рисунке 123 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAK = 90^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$. Найдите угол AKB , если $AC = 8$ см, $BK = 32$ см.
148. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Биссектриса угла B пересекает катет AC в точке D . Найдите AD , если $BD + CD = 15$ см.

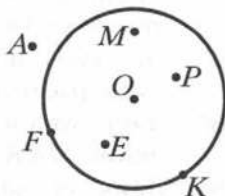
Рис. 123



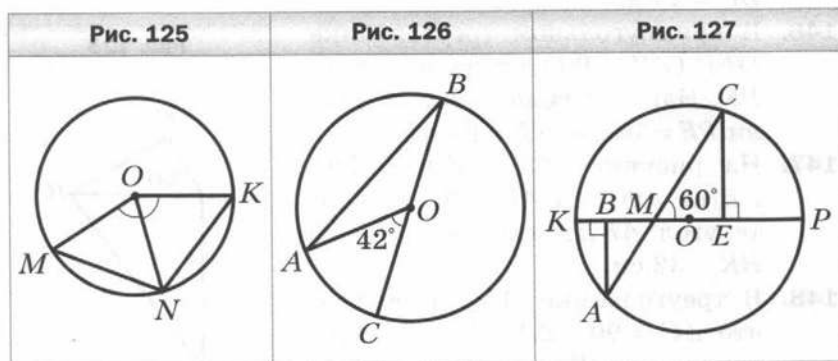
Геометрическое место точек. Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 124 принадлежат окружности с центром O ; кругу с центром O ?
150. Найдите радиус окружности, если её диаметр равен: 1) 8 см; 2) k см.
151. Начертите окружность, радиус которой равен 2 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.

Рис. 124



- 152.** В окружности проведены радиусы OM , ON и OK (рис. 125). Найдите MN , если $\angle MON = \angle NOK$ и $NK = 9$ см.
- 153.** На рисунке 126 точка O — центр окружности, $\angle AOC = 42^\circ$. Найдите $\angle ABC$.
- 154.** В окружности с центром O проведены диаметр AB и хорда BC . Найдите $\angle ACO$, если $\angle ABC = 46^\circ$.
- 155.** На рисунке 127 хорда AC пересекает диаметр KP в точке M , $\angle ABM = \angle MEC = 90^\circ$, $\angle CME = 60^\circ$, $AC = 18$ см. Найдите отрезок BE .



- 156.** Дан отрезок CD длиной 2 см. Найдите ГМТ, равноудалённых от точек C и D и находящихся на расстоянии 3 см от прямой CD .
- 157.** На одной из сторон тупого угла отмечены точки C и D . Найдите ГМТ, равноудалённых от точек C и D и находящихся на расстоянии 2,5 см от прямой, содержащей вторую сторону угла.
- 158.** Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 2 раза больше её радиуса.
- 159.** Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, находящихся на расстоянии 2 см от прямой a и 3 см от прямой b .
- 160.** Даны точки M и N . Найдите ГМТ вершин K треугольников MNK таких, что медиана KA равна 3 см.
- 161.** Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 5 см.

162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых больше 5 см.

Некоторые свойства окружности.

Касательная к окружности

163. Прямая касается окружности с центром O в точке C . На касательной по разные стороны от точки C отметили точки A и B такие, что $CA = CB$. Найдите OA , если $OB = 9$ см.

164. На рисунке 128 прямая AC касается окружности с центром O в точке A . Найдите $\angle BAC$, если $\angle AOB = 108^\circ$.

165. На рисунке 129 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные AB и CD , пересекающиеся в точке K . Найдите радиус меньшей окружности, если $AK = 2$ см, $BK = 6$ см.

166. На рисунке 130 две окружности имеют общий центр O . Через точку A большей окружности проведены касательные AB и AC к меньшей окружности. Найдите ра-

Рис. 128

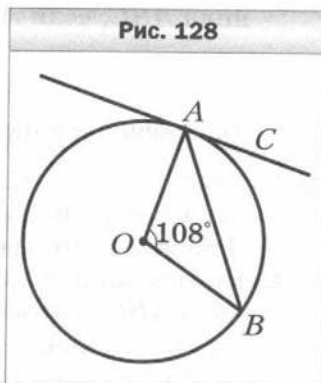


Рис. 129

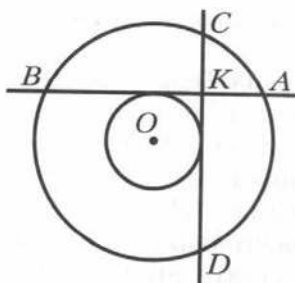
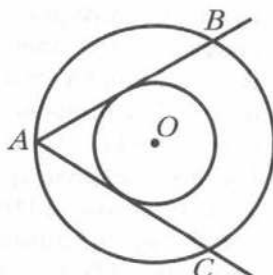
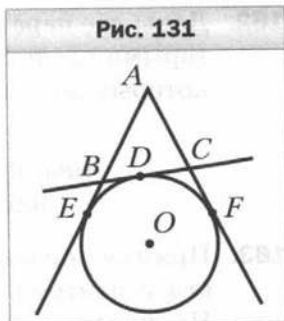


Рис. 130



диус меньшей окружности, если радиус большей равен 8 см, а $\angle BAC = 60^\circ$.

167. На рисунке 131 прямые AE , AF и BC касаются окружности в точках E , F и D соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если $AE = 5$ см.



Описанная и вписанная окружности треугольника

168. Точка пересечения высот DH и EK треугольника DEF является центром описанной около него окружности. Докажите, что треугольник DEF равносторонний.
169. На серединном перпендикуляре стороны AC треугольника ABC отмечена такая точка O , что $OC = OB$. Докажите, что точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .
170. Найдите высоту равностороннего треугольника, если радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 12 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $2 : 3$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите основание треугольника, если его боковая сторона равна 15 см.
172. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 3 см и 10 см. Найдите радиус окружности, если периметр треугольника равен 30 см.
173. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, пересекающая боковые стороны AB и AC в точках M и K соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если периметр треугольника AMK равен 14 см и $AB = AC = 10$ см.
174. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AB в точке D . Найдите сторону BC , если $AD = 3$ см, а периметр треугольника ABC равен 22 см.

Задачи на построение

175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 132. Постройте окружность, проходящую через точки A , B и C .

176. Постройте касательную к данной окружности, образующую с данной прямой угол 30° . Сколько решений имеет задача?

177. Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треугольника, проведённой из вершины угла при основании, и углу при вершине.

178. Постройте равнобедренный треугольник по высоте, проведённой к боковой стороне и углу, который эта высота образует с основанием.

179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по отрезку, соединяющему середины его катетов.

180. Постройте равносторонний треугольник по отрезку, соединяющему середины двух его сторон.

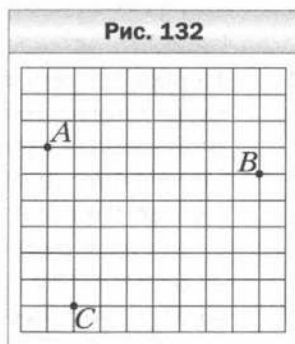
181. Постройте треугольник ABC по его биссектрисе AD , углу BAC и углу ADC .

182. Даны окружность радиуса 3 см и принадлежащая ей точка M . Постройте точку, удалённую от точки M на 2 см и от центра окружности на 1,5 см. Сколько решений имеет задача?

183. Дан треугольник FKP . Постройте точку, равноудалённую от точек F и P и находящуюся на расстоянии 1,5 см от точки K . Сколько решений может иметь задача?

184. Прямая a пересекает стороны угла DEF . Постройте точку, принадлежащую углу, равноудалённую от его сторон и находящуюся на расстоянии 1,5 см от прямой a . Сколько решений может иметь задача?

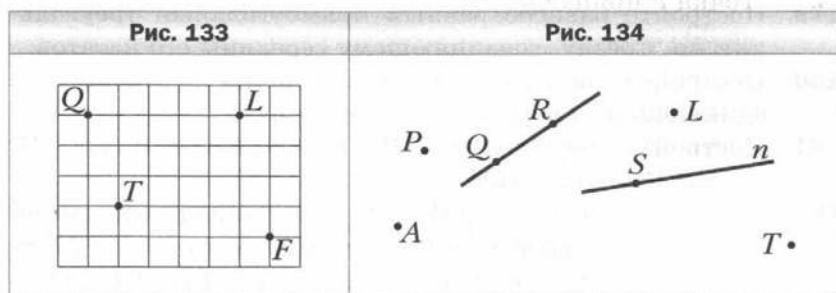
185. Постройте прямоугольный треугольник по разности катетов и углу, противолежащему меньшему из них.



Вариант 3

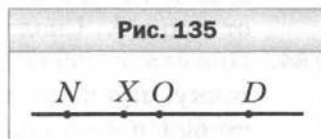
Точки и прямые

1. Перерисуйте в тетрадь рисунок 133. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
2. Проведите прямую и отметьте на ней точки A , B и C . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 134:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые QR и n ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой n ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой QR ;
 - 4) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой n , ни прямой QR .



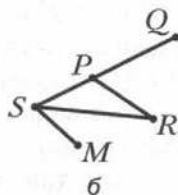
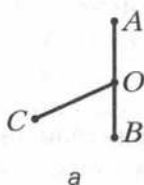
Отрезок и его длина

4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 135, лежат между двумя другими. Для каждой указанной тройки точек запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.



5. Укажите все отрезки, изображённые на рисунке 136.

Рис. 136



6. Точка T лежит между точками Q и E . Найдите:
 1) отрезок QE , если $QT = 4,8$ см, $TE = 8,3$ см;
 2) отрезок QT , если $QE = 5$ м, $TE = \frac{7}{15}$ м.
7. Лежит ли точка A между точками D и C , если $AD = 8,6$ см, $AC = 3,7$ см, $DC = 12,1$ см? Ответ обоснуйте.
8. Точка P принадлежит отрезку SM , длина которого равна 20 см. Найдите длины отрезков SP и PM , если:
 1) длина отрезка SP на 12 см меньше длины отрезка PM ;
 2) длина отрезка PM в 4 раза больше длины отрезка SP ;
 3) $SP : PM = 2 : 3$.
9. На прямой последовательно отмечены точки S , P , R и T так, что $PT = 5$ см, $SR = 12$ см, $PR = 2$ см. Найдите ST .
10. Точка S лежит между точками R и T , точки Q и M — середины отрезков SR и ST соответственно. Найдите длину отрезка RT , если $QM = 5,9$ дм.
11. Отрезок длиной 16 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами средних отрезков равно 4 см. Найдите расстояние между серединами крайних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки M , K , P , F и T так, что $MP = KF$ и $KP = FT$. Найдите PT , если $MP = 9$ см.
13. Начертите отрезок EF , длина которого равна 6 см. Отметьте на прямой EF такую точку O , что $EO - FO = 4$ см.

14. Точки O , K и M лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками O и M , если $OK = 8,2$ см, $KM = 7,3$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки V , P , K и M лежат на одной прямой. Точка K лежит между точками P и M . Найдите длину отрезка KV , если $PM = 11$ см, $KP = 6$ см, $VM = 17$ см. Сколько решений имеет задача?
16. Длина отрезка DK равна 10 см. Найдите на прямой DK все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка DK равна: 1) 10 см; 2) 12 см; 3) 8 см.

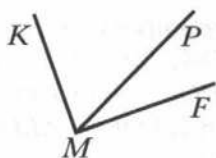
Луч. Угол. Измерение углов

17. Пересекаются ли изображённые на рисунке 137:
1) луч OA и отрезок DS ; 2) прямая MN и луч OA ?
18. Прямая TN пересекает прямые SP и KE в точках O и M соответственно (рис. 138).
1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке M .
2) Укажите пары дополнительных лучей, начало которых — точка O .
19. Отметьте точки S , M , P и V так, чтобы лучи SM и PV пересекались, а отрезки SM и PV не пересекались.
20. Из приведённых записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной O , изображённого на рисунке 139: KOF ; ODP ; FOD ; DOP ; ODF ; OPK ; POD ; POK .

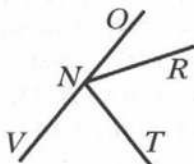
Рис. 137	Рис. 138	Рис. 139

21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 140.

Рис. 140



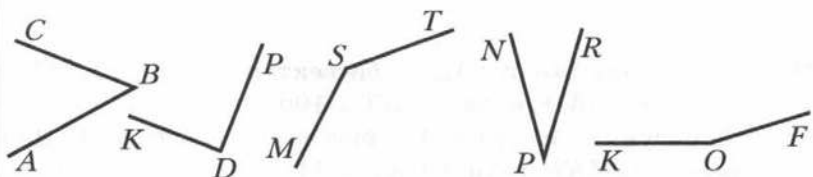
a



б

22. Начертите угол ASB и проведите лучи SK и SP между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 141. Укажите вид каждого угла.

Рис. 141



24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 68° ; 2) 93° ; 3) 168° ; 4) 90° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол MOD , равный 78° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч OD проходит между сторонами угла AOB . Найдите угол BOD , если $\angle AOB = 108^\circ$, $\angle AOD = 87^\circ$.
27. Луч SE проходит между сторонами угла ASB , равного 94° . Найдите углы ESA и ESB , если угол ESA на 32° меньше угла ESB .
28. Прямой угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 3 : 4 : 8. Найдите величины этих углов.

29. На рисунке 142 $\angle KAF = 54^\circ$, $\angle PAE = 68^\circ$, $\angle KAE = 94^\circ$. Найдите угол PAF .
30. На рисунке 143 $\angle DOF = \angle FOE$, $\angle EOT = \angle TOM$. Докажите, что $\angle DOM = 2\angle FOT$.
31. Луч OK проходит между сторонами угла POM . Луч OF — биссектриса угла POK , луч OT — биссектриса угла KOM . Найдите угол POM , если $\angle FOT = 76^\circ$.
32. На рисунке 144 $\angle POM = \angle KOE$ и $\angle KOM = \angle EOF$. Найдите угол MOF , если $\angle MOP = 32^\circ$.

Рис. 142	Рис. 143	Рис. 144

33. На рисунке 145 луч MF — биссектриса угла BMT . Найдите угол AMF , если $\angle BMT = 106^\circ$.
34. На рисунке 146 луч KD — биссектриса угла AKF . Найдите угол AKF , если $\angle MKD = 116^\circ$.

Рис. 145	Рис. 146

Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 84° и 96° ; 2) 23° и 147° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 7° ; 2) 179° .
37. Запишите все пары смежных углов, изображённых на рисунке 147.
38. Один из смежных углов в 3 раза меньше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 7 : 8.
40. На рисунке 148 угол PSM равен 58° . Найдите углы PSN , NSK , KSM .

Рис. 147

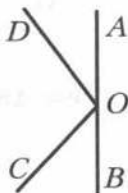
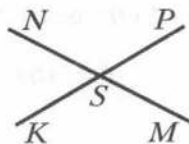


Рис. 148



41. На рисунке 149 $\angle FOK = 21^\circ$, $\angle MOD = 63^\circ$. Найдите угол NOH .
42. На рисунке 150 $\angle PSQ + \angle QSF + \angle FSK = 300^\circ$. Найдите углы PSQ и QSF .

Рис. 149

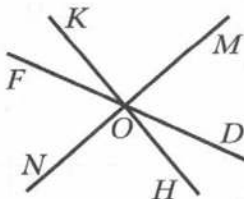
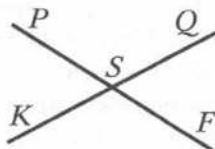


Рис. 150



43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 22 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 151). Найдите угол 2, если $\angle 1 + \angle 3 = 126^\circ$.
45. На рисунке 152 $\angle CDE = \angle CED$. Докажите, что $\angle ADE = \angle DEF$.
46. Угол между биссектрисой угла POK и лучом, дополнительным к стороне OK , равен 116° . Найдите угол POK .
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 106° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 153 прямые MD , PE и KF пересекаются в точке O . Луч OP — биссектриса угла MOF . Найдите угол EOF , если $\angle MOP = 58^\circ$.

Рис. 151

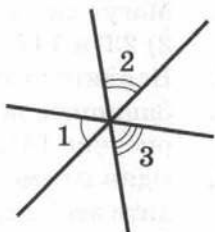


Рис. 152

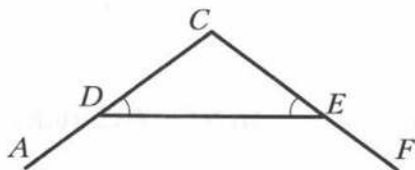
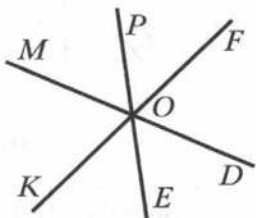


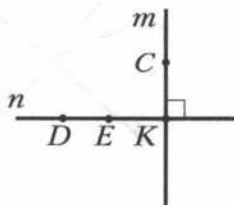
Рис. 153



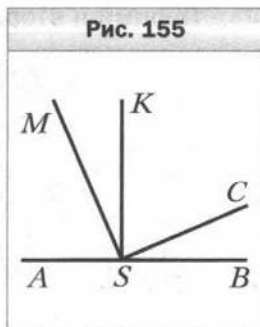
Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую l и отметьте точку N , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку N прямую, перпендикулярную прямой l .
50. Прямые m и n перпендикулярны (рис. 154). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображённых на рисунке.

Рис. 154

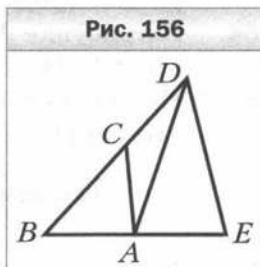


51. На рисунке 155 $AB \perp KS$, $MS \perp CS$. Докажите, что $\angle ASM = \angle KSC$.
52. Углы AOB и AOC равны, а точки B , O и C лежат на одной прямой. Докажите, что углы AOB и AOC прямые.
53. Как, используя линейку и шаблон угла 6° , построить перпендикулярные прямые?



Равные треугольники

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами D , E , F . Укажите:
- 1) сторону, противоположную к углу E ;
 - 2) углы, прилежащие к стороне DF ;
 - 3) проведите высоту и биссектрису треугольника DEF , выходящие соответственно из вершин D и F .
55. Укажите все треугольники, изображённые на рисунке 156, одной из вершин которых является точка A .
56. Треугольники OST и MNP равны. Найдите отрезок MP и угол T , если $OT = MN$, $\angle O = \angle N$, $ST = 7$ дм, $\angle M = 15^\circ$.
57. Одна из сторон треугольника равна 32 см, вторая сторона в 2 раза меньше первой, а третья сторона на 19 см больше второй. Найдите периметр треугольника.
58. Одна из сторон треугольника на 39 см меньше второй и в 3 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 189 см.
59. В треугольнике ABC проведены медианы BD и CE . Периметры треугольников ACE и BCE равны, а периметр треугольника BCD меньше периметра треугольника ABD на 4 см. Найдите стороны треугольника ABC , если его периметр равен 34 см.



Первый и второй признаки равенства треугольников

60. Равные отрезки DE и PK пересекаются в точке S так, что $DS : SE = PS : SK = 2 : 3$. Докажите, что $\triangle DSK = \triangle PSE$.
61. На рисунке 157 $BD = DC$, $\angle ADB = \angle ADC$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle ACD$.
62. На рисунке 158 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите OA , если $OB = OD$ и $OC = 7$ см.

Рис. 157

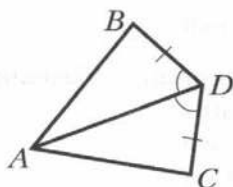
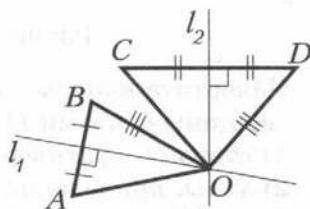


Рис. 158



63. Серединный перпендикуляр стороны BC треугольника ABC пересекает сторону AC в точке M . Найдите периметр треугольника AMB , если $AB = 5$ см, $AC = 14$ см.
64. На рисунке 159 $BD = BF$, $\angle BDE = \angle BFK$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBF$.
65. На рисунке 160 $\angle BEC = \angle BDA$, $BE = BD$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCE$.

Рис. 159

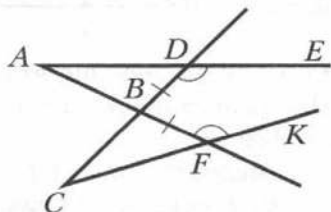
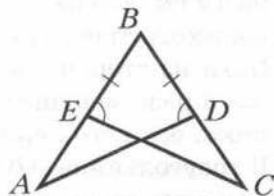
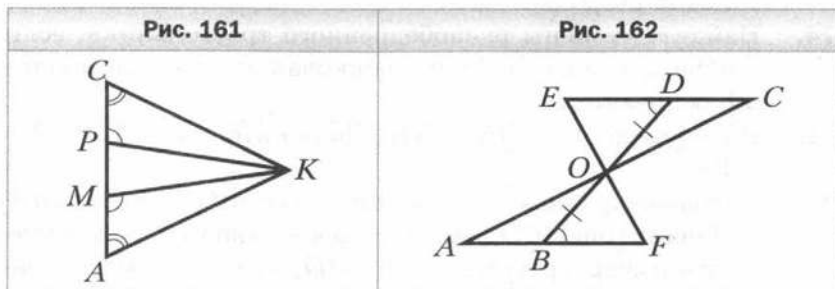


Рис. 160

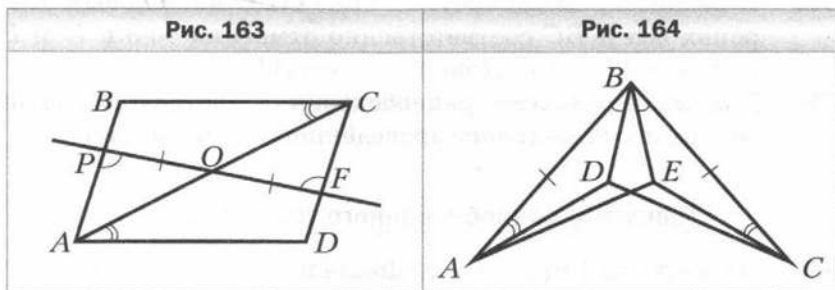


66. На рисунке 161 $CM = PA$, $\angle C = \angle A$, $\angle CPK = \angle AMK$. Докажите, что $\angle CKM = \angle AKP$.

67. На рисунке 162 $DO = OB$, $\angle EDO = \angle OBF$. Докажите, что $\triangle COE = \triangle AOF$.



68. На рисунке 163 $PO = OF$, $\angle APO = \angle CFO$, $\angle ACB = \angle CAD$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.
69. На рисунке 164 $AB = BC$, $\angle ABD = \angle CBE$, $\angle BAD = \angle BCE$. Найдите угол BDC , если $\angle BEA = 100^\circ$.



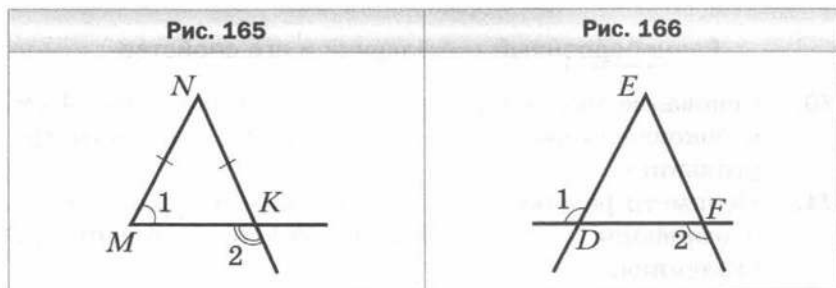
Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 4 см, а боковая сторона — 11 см. Найдите периметр треугольника.
71. Периметр равнобедренного треугольника равен 26 см, а основание — 8 см. Найдите боковую сторону треугольника.
72. Периметр равностороннего треугольника равен 18 см. Одна из его сторон является основанием равнобедренного треугольника, периметр которого равен 20 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 46 см, а основание на 4 см больше боковой стороны.
74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 78 см, а боковая сторона составляет $0,8$ основания.
75. На рисунке 165 $MN = NK$. Докажите, что $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.
76. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) провели биссектрису BD , длина которой равна 17 см. Найдите периметр треугольника ABD , если периметр треугольника ABC равен 68 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны ME равнобедренного треугольника KME ($KM = ME$) пересекает сторону KM в точке N . Найдите сторону KE , если $ME = 24$ см, а периметр треугольника KNE равен 36 см.
78. В равнобедренном треугольнике ABC на боковых сторонах AB и BC соответственно отметили точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что $AE = CD$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по основанию и медиане, проведённой к основанию.

Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 166 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $DE = EF$.



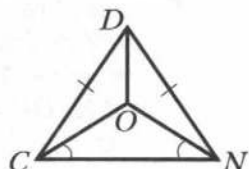
81. На биссектрисе DB равнобедренного треугольника DEF с основанием EF отметили точку A . Докажите, что треугольник AEF равнобедренный.

82. На высоте CH треугольника ABC отметили точку K . Докажите, что если $\angle AKH = \angle BKH$, то треугольник ABC равнобедренный.

83. На рисунке 167 $CD = DN$, $\angle OCN = \angle ONC$. Докажите, что $\triangle DCO = \triangle DNO$.

84. На стороне NP треугольника DNP отметили точку C так, что $NC : CP = 3 : 2$. Биссектриса NM перпендикулярна отрезку DC . Найдите DN , если известно, что $PC = 4$ см.

Рис. 167



Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 168 $AB = CD$, $BC = AD$. Найдите $\angle BCD$, если $\angle BAD = 43^\circ$.

86. На сторонах AB и A_1B_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ отметили соответственно точки D и D_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AC = A_1C_1$, $CD = C_1D_1$, $AD = A_1D_1$, $AB = A_1B_1$.

87. На рисунке 169 $MP = PE$, $MF = FE$. Докажите, что $\angle MKP = \angle EKP$.

88. На рисунке 170 $AB = CD$, $AM = CK$, $BK = DM$. Найдите BC , если $AD = 6$ см.

Рис. 168

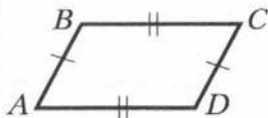


Рис. 169

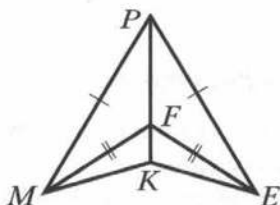
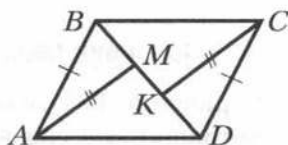


Рис. 170



Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 171. Проведите через точку N прямые, параллельные прямым b и m .
90. На рисунке 172 $\angle BAM = \angle BCM$, $\angle ABM = \angle CBM$, $DK = FK$, $DE = FE$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

Рис. 171

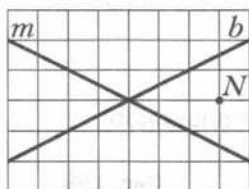
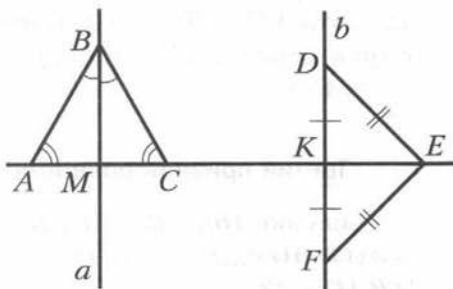
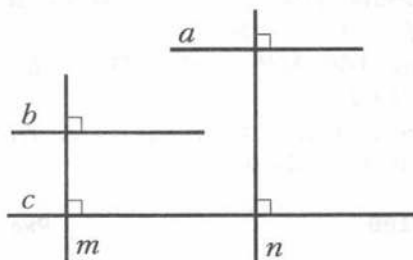


Рис. 172



91. Докажите, что прямые a и b параллельны (рис. 173).

Рис. 173



Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 174 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
93. Параллельны ли прямые c и d на рисунке 175? Ответ обоснуйте.

Рис. 174

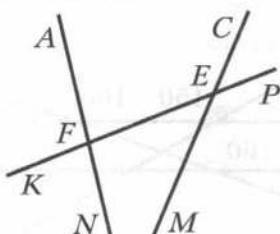
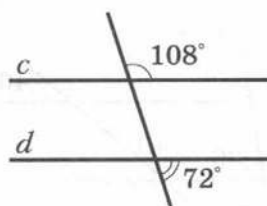


Рис. 175



94. На рисунке 176 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что прямые a и c параллельны.

95. На рисунке 177 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Докажите, что прямые AB и A_1B_1 параллельны.

96. На рисунке 178 $MK = KE$, $\angle NMK = \angle FMK$, $\angle MNK = \angle ENK$. Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

Рис. 176

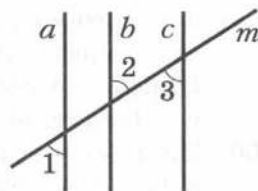


Рис. 177

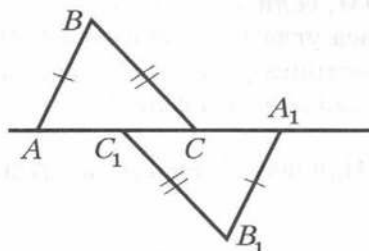
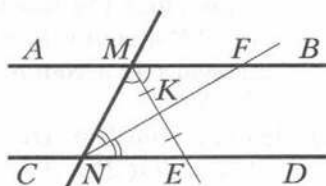


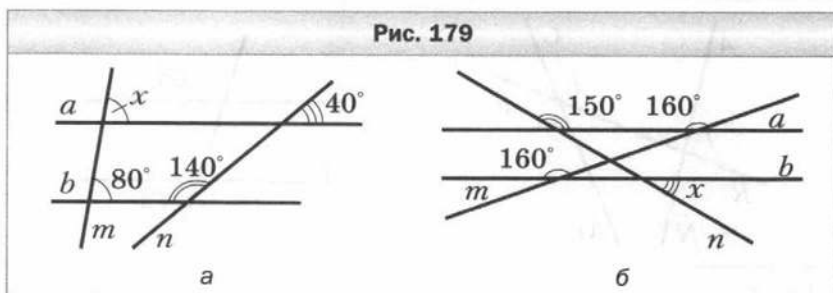
Рис. 178



Свойства параллельных прямых

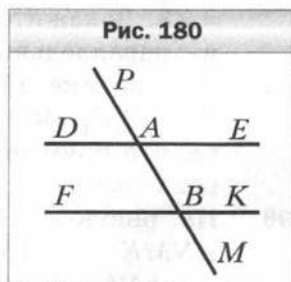
97. Найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 106° .

98. На рисунке 179 найдите градусную меру угла x .



99. Один из односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей, в 4 раза больше другого. Найдите эти углы.

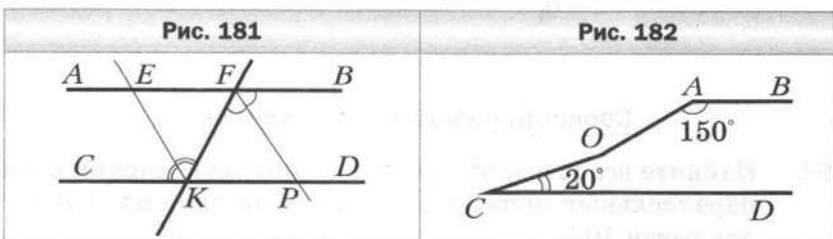
100. На рисунке 180 прямые DE и FK параллельны. Докажите, что биссектрисы углов PAE и FBM параллельны.



101. На стороне BC угла ABC отметили точку D и через неё провели прямую, параллельную стороне BA . Эта прямая пересекла биссектрису угла ABC в точке M . Найдите углы ABM и BDM , если $\angle BMD = 35^\circ$.

102. На рисунке 181 биссектриса угла CKF пересекает прямую AB в точке E , а биссектриса угла KFB пересекает прямую CD в точке P . Докажите, что если $EF = FK$, то $EF = KP$.

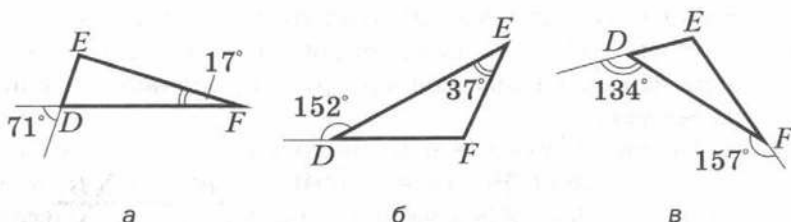
103. На рисунке 182 $AB \parallel CD$. Найдите $\angle AOC$, если $\angle BAO = 150^\circ$, $\angle OCD = 20^\circ$.



Сумма углов треугольника

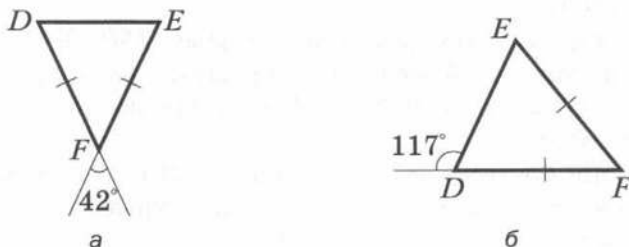
104. Найдите угол треугольника, если два других его угла равны 31° и 24° .
105. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 29° . Найдите угол при вершине этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 183 неизвестные углы треугольника DEF .

Рис. 183



107. Найдите на рисунке 184 неизвестные углы равнобедренного треугольника DEF ($DF = FE$).

Рис. 184



108. Найдите углы треугольника ABC , если $\angle A + \angle B = 20^\circ$, $\angle A + \angle C = 175^\circ$.
109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании в 7 раз меньше угла при вершине.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $2 : 7 : 9$.

111. Один из углов треугольника равен 96° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 92° ; 2) 97° ?
112. Один из внешних углов треугольника равен 87° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 48° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 128° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них в 7 раз больше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 152° и 141° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них в 4 раза меньше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекаются в точке O . Найдите угол ACB , если $\angle AOB = 130^\circ$.
117. Один из углов, образованных при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 130° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике DME проведены высота DH и биссектриса DK . Найдите угол HDK , если $\angle DME = 63^\circ$, $\angle DEM = 19^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 120° . Высота и биссектриса, проведённые из вершины этого угла, образуют угол, равный 20° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса AD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle ADC = 64^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса BM прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке K . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle HKM = 116^\circ$.
122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 9 см, 11 см, 20 см; 2) 6 см, 4 см, 11 см? Ответ обоснуйте.

123. Найдите сторону AB равнобедренного треугольника ABC , если $AC = 8$ см, $BC = 3$ см.
124. Сравните углы треугольника PKE , если $PK > PE$ и $PK = KE$.
125. Сравните стороны треугольника ABC , если $\angle A < \angle B$ и $\angle B < \angle C$.
126. Существует ли треугольник DEF , в котором $\angle E = 72^\circ$, $\angle F = 43^\circ$, $DE = 16$ см, $DF = 14$ см?
127. Существует ли треугольник MPK , в котором $\angle P = 110^\circ$, $MK = 8$ см, $PK = 9$ см?
128. Может ли наибольшая сторона треугольника лежать против угла 54° ?
129. В треугольнике MNK известно, что $MN = 0,9$ см, $MK = 3,7$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если её длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 1° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 185 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle DBC$. Докажите, что $AB = CD$.
132. На рисунке 186 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AO = DO$. Найдите CD , если $AB = 7$ см.
133. Из точки D , принадлежащей углу ABC , проведены перпендикуляры DE и DF к его сторонам. Найдите угол DBE , если $\angle DBF = 36^\circ$ и $\angle BDE = \angle BDF$.
134. На рисунке 187 $NE \perp MK$, $PF \perp MK$, $MN = KP$, $NE = PF$. Докажите, что $MP = NK$.

Рис. 185

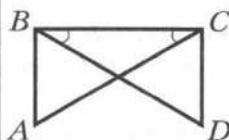


Рис. 186

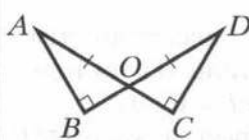
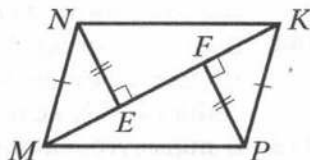


Рис. 187

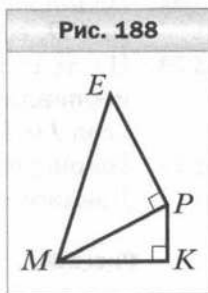


135. В треугольнике ABC провели медиану BM . Из точек A и C на прямую BM опустили перпендикуляры AK и CN . Докажите, что $AK = CN$.
136. Прямоугольные треугольники ABC и ADC имеют общую гипотенузу AC , а точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC . Докажите, что если $\angle BAC = \angle ACD$, то прямые BC и AD параллельны.
137. Докажите равенство прямоугольных треугольников по острому углу и биссектрисе, проведённой из вершины второго острого угла.
138. В остроугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели высоты CM и C_1M_1 . Докажите, что если $AM = A_1M_1$, $CM = C_1M_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

139. Стороны прямоугольного треугольника равны 8 см, 15 см и 17 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.
140. Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведённая к гипотенузе, равны 48 см, 60 см, 80 см и 100 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведённой к гипотенузе.
141. На рисунке 188 $\angle MKP = 90^\circ$, $\angle EPM = 90^\circ$. Докажите, что $ME > MK$.
142. Из точки D к прямой AB проведены наклонные DA и DB и перпендикуляр DC так, что точка C лежит между точками A и B и угол ADC равен 38° . Сравните отрезки DB и AC .
143. В прямоугольном треугольнике CFO гипотенуза CO равна 42 см, $\angle O = 60^\circ$. Найдите катет FO .
144. В треугольнике KPE известно, что $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 30^\circ$. На катете PK отметили такую точку F , что $\angle PEF = 30^\circ$. Найдите KF , если $FP = 6$ см.
145. В прямоугольном треугольнике DEP ($\angle P = 90^\circ$) провели высоту PK . Найдите угол PDE , если $PE = 6$ см, $KE = 3$ см.

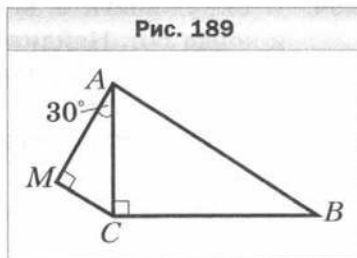
Рис. 188



146. В прямоугольном треугольнике DBC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CK . Найдите отрезок BK , если $DB = 20$ см, $BC = 10$ см.

147. На рисунке 189 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle AMC = 90^\circ$, $\angle MAC = 30^\circ$. Найдите угол BAC , если $AB = 40$ см, $MC = 10$ см.

148. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Биссектриса угла B пересекает катет AC в точке M . Найдите BM , если $AM - CM = 4$ см.



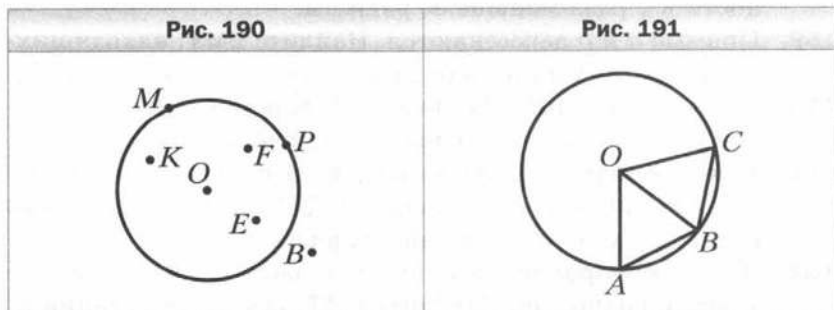
**Геометрическое место точек.
Окружность и круг**

149. Какие из точек на рисунке 190 принадлежат окружности с центром O ; кругу с центром O ?

150. Найдите диаметр окружности, если её радиус равен:
1) 15 см; 2) a см.

151. Начертите окружность, радиус которой равен 2,5 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.

152. В окружности проведены радиусы OA , OB и OC (рис. 191). Найдите $\angle OCB$, если $\angle AOB = \angle BOC$ и $\angle OAB = 58^\circ$.



153. На рисунке 192 точка O — центр окружности, $\angle ADF = 63^\circ$. Найдите $\angle AOF$.
154. В окружности с центром O проведены диаметр AD и хорда DE . Найдите $\angle AEO$, если $\angle ADE = 34^\circ$.
155. На рисунке 193 хорда MK пересекает диаметр AB в точке F , $\angle MPF = \angle KTF = 90^\circ$, $\angle MFP = 30^\circ$, $MK = 22$ см. Найдите сумму длин отрезков MP и KT .

Рис. 192

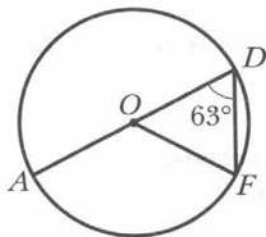
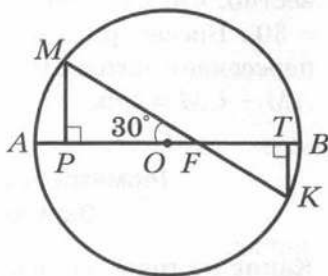


Рис. 193



156. Дан отрезок EF длиной 4 см. Найдите ГМТ, равноудалённых от точек E и F и находящихся на расстоянии 2 см от прямой EF .
157. На одной из сторон острого угла отмечены точки E и F . Найдите ГМТ, равноудалённых от точек E и F и находящихся на расстоянии 2 см от прямой, содержащей вторую сторону угла.
158. Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра окружности в 3 раза меньше её радиуса.
159. Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, находящихся на расстоянии 3 см от прямой a и 5 см от прямой b .
160. Даны точки E и F . Найдите ГМТ вершин D треугольников DEF таких, что медиана DM равна 2,5 см.
161. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 1,5 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 2 см.
162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых больше 4 см.

Некоторые свойства окружности **Касательная к окружности**

- 163.** Прямая касается окружности с центром O в точке M . На касательной по разные стороны от точки M отметили точки K и P такие, что $\angle MOK = \angle MOP$. Найдите угол OKM , если $\angle OPM = 48^\circ$.

- 164.** На рисунке 194 прямая KE касается окружности с центром O в точке E . Найдите $\angle COE$, если $\angle KEP = 136^\circ$.

- 165.** На рисунке 195 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные DE и KP , пересекающиеся в точке N . Найдите DN , если $DE = 10$ см, а радиус меньшей окружности равен 3 см.

- 166.** На рисунке 196 две окружности имеют общий центр O . Через точку M большей окружности проведены касательные MB и MC к меньшей окружности. Найдите радиус большей окружности, если $MD = 14$ см, а $\angle BMC = 120^\circ$.

Рис. 194

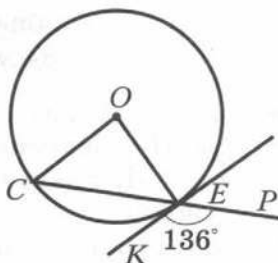


Рис. 195

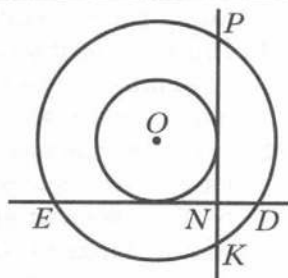


Рис. 196

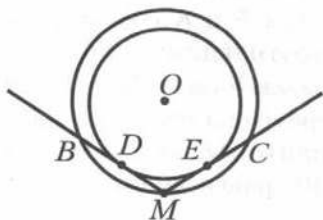
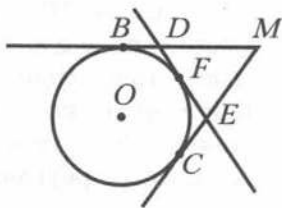


Рис. 197

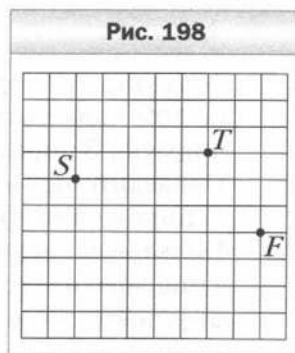


167. На рисунке 197 прямые MB , MC и DE касаются окружности в точках B , C и F соответственно. Найдите MC , если периметр треугольника MDE равен 24 см.

Описанная и вписанная
окружности треугольника

168. Точка пересечения медиан AN и CM треугольника ABC является центром вписанной в него окружности. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
169. Из точки O , принадлежащей биссектрисе BM треугольника ABC , проведены перпендикуляры OK и OF соответственно к сторонам AB и AC . Докажите, что если $OK = OF$, то точка O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .
170. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 7 см.
171. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $6 : 5$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите боковую сторону треугольника, если его периметр равен 68 см.
172. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 6 см и 9 см. Найдите периметр треугольника, если радиус окружности равен 3 см.
173. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, пересекающая боковые стороны AB и BC в точках P и K соответственно. Найдите боковую сторону треугольника ABC , если периметр треугольника BPK равен 8 см и $AC = 12$ см.
174. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AC в точке E . Найдите AE , если $BC = 8$ см, а периметр треугольника ABC равен 20 см.

Задачи на построение



175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 198. Постройте окружность, проходящую через точки S , T и F .
176. Постройте касательную к данной окружности, образующую с данной прямой угол 60° . Сколько решений имеет задача?
177. Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе треугольника, проведённой из вершины угла при основании, и углу, который эта биссектриса образует с основанием.
178. Постройте равнобедренный треугольник по высоте, проведённой к основанию, и углу, который эта высота образует с боковой стороной.
179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по перпендикуляру, проведённому из середины гипотенузы к одному из катетов.
180. Постройте равносторонний треугольник по перпендикуляру, проведённому из середины одной из сторон к другой стороне.
181. Постройте треугольник ABC по медиане CM , углу BCM и углу BMC .
182. Даны прямая b и принадлежащая ей точка A . Постройте точку, удалённую от точки A на 3 см и от прямой b на 2 см. Сколько решений имеет задача?
183. Дан треугольник ABC . Постройте точку, равноудалённую от точек B и C и находящуюся на расстоянии 2,5 см от точки A . Сколько решений может иметь задача?
184. Прямая m пересекает стороны угла MON . Постройте точку, принадлежащую углу, равноудалённую от его сторон и находящуюся на расстоянии 2,5 см от прямой m . Сколько решений может иметь задача?
185. Постройте прямоугольный треугольник по разности катетов и углу, противолежащему большему из них.

Вариант 4

Точки и прямые

1. Отметьте в тетради точки, как показано на рисунке 199. Через каждые две отмеченные точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
2. Проведите прямую и отметьте на ней точки P , Q и R . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
3. Пользуясь рисунком 200:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые MN и c ;
 - 2) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой c ;
 - 3) укажите все отмеченные точки, принадлежащие прямой MN ;
 - 4) укажите все отмеченные точки, не принадлежащие ни прямой c , ни прямой MN .

Рис. 199

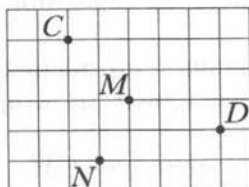
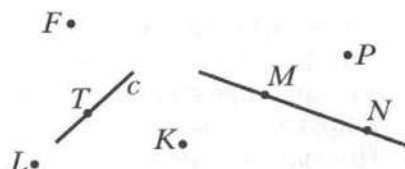


Рис. 200



Отрезок и его длина

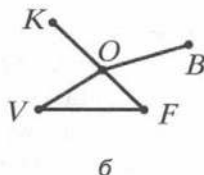
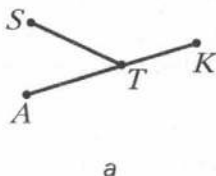
4. Укажите, какие из точек, отмеченных на рисунке 201, лежат между двумя другими. Для каждой трёх точек, отмеченных на рисунке 201, запишите равенство, которое следует из основного свойства длины отрезка.

Рис. 201



5. Укажите все отрезки, изображённые на рисунке 202.

Рис. 202



6. Точка S лежит между точками P и K . Найдите:
- 1) отрезок PK , если $PS = 3,4$ дм, $SK = 1,9$ дм;
 - 2) отрезок PS , если $PK = 3$ м, $SK = \frac{4}{11}$ м.
7. Лежит ли точка Q между точками P и R , если $PQ = 4,7$ дм, $QR = 5,8$ дм, $PR = 9,5$ дм? Ответ обоснуйте.
8. Точка V принадлежит отрезку KO , длина которого равна 28 см. Найдите длины отрезков KV и VO , если:
- 1) длина отрезка VO на 18 см больше длины отрезка KV ;
 - 2) длина отрезка KV в 3 раза меньше длины отрезка VO ;
 - 3) $KV : VO = 2 : 5$.
9. На прямой последовательно отмечены точки F , E , K и T так, что $FK = 7$ см, $FT = 14$ см, $ET = 10$ см. Найдите KE .
10. Точка A лежит между точками X и Y , точки O и P — середины отрезков AX и AY соответственно. Найдите длину отрезка OP , если $XY = 7,8$ см.
11. Отрезок длиной 12 см разделили на четыре отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 8 см. Найдите расстояние между серединами средних отрезков.
12. На прямой последовательно отметили точки M , P , K , E и N так, что $MK = PE$ и $PK = EN$. Найдите MK , если $KN = 8$ см.
13. Начертите прямую и отметьте на ней точки C и D так, чтобы длина отрезка CD была равной 4 см. Отметьте на прямой CD такую точку K , что $CK - KD = 1$ см.

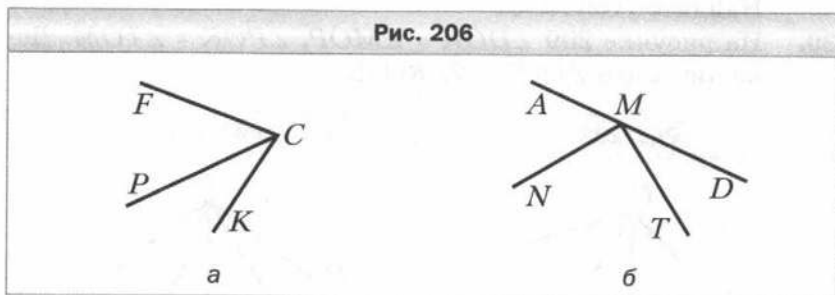
14. Точки D , E и F лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками D и F , если $DE = 3,6$ см, $EF = 2,9$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Точки P , R , S и T лежат на одной прямой. Точка R лежит между точками P и S . Найдите длину отрезка RT , если $PS = 9$ см, $SR = 8$ см, $PT = 16$ см. Сколько решений имеет задача?
16. Начертите прямую и отметьте на ней точки C и F так, чтобы длина отрезка CF была равной 9 см. Найдите на прямой CF все точки, для каждой из которых сумма расстояний до концов отрезка CF равна: 1) 9 см; 2) 10 см; 3) 6 см.

Луч. Угол. Измерение углов

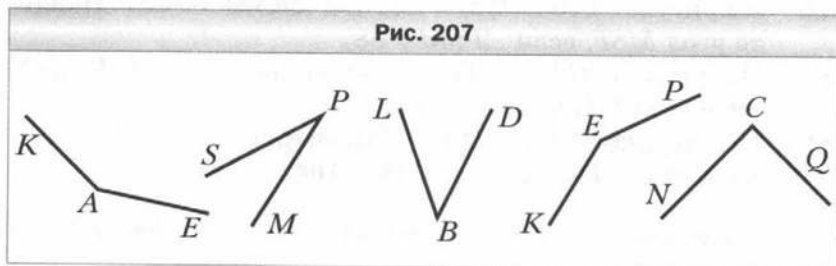
17. Пересекаются ли изображённые на рисунке 203:
1) луч SB и отрезок ME ; 2) прямая KN и луч SB ?
18. Прямая KT пересекает прямые AB и CD в точках S и O соответственно (рис. 204).
1) Укажите все образовавшиеся лучи с началом в точке S .
2) Укажите пары дополнительных лучей, начало которых — точка O .
19. Отметьте точки S , Q , B и C так, чтобы прямые SQ и BC пересекались, а луч SQ не пересекал отрезок BC .
20. Из приведённых записей выпишите те, которые являются обозначением угла с вершиной S , изображённого на рисунке 205: DSA ; SDY ; SDX ; ASX ; SDA ; DSY ; XSX ; ASD ; XSA .

Рис. 203	Рис. 204	Рис. 205

21. Запишите все углы, изображённые на рисунке 206.

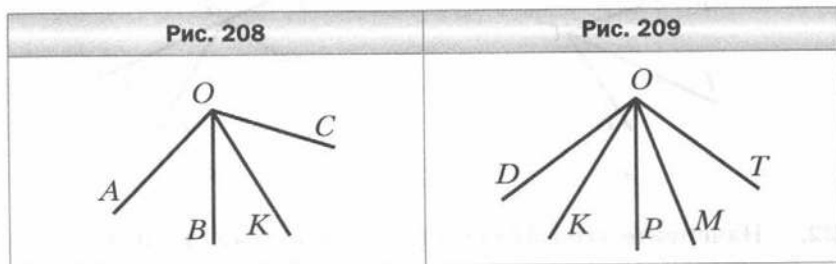


22. Начертите угол MXD и проведите лучи XE и XF между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
23. Пользуясь транспортиром, найдите градусные меры углов, изображённых на рисунке 207. Укажите вид каждого угла.

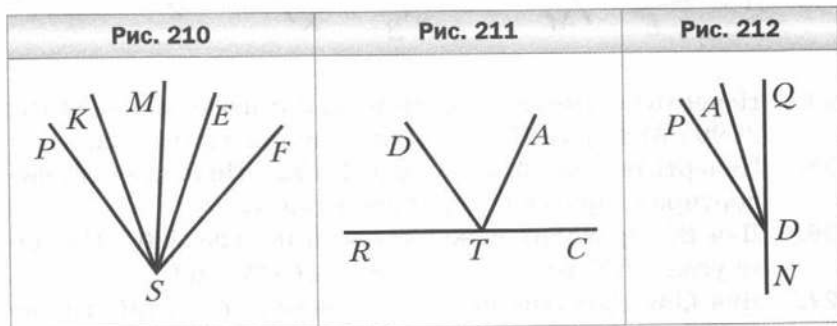


24. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 90° ; 3) 89° ; 4) 173° . Укажите вид каждого угла.
25. Начертите угол MTF , равный 132° . Пользуясь транспортиром, проведите его биссектрису.
26. Луч BN проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол ABN , если $\angle ABC = 83^\circ$, $\angle CBN = 69^\circ$.
27. Луч QM проходит между сторонами угла CQF , равного 69° . Найдите углы MQC и MQF , если угол MQC на 27° больше угла MQF .
28. Развёрнутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как $3 : 5 : 7$. Найдите величины этих углов.

29. На рисунке 208 $\angle AOK = 84^\circ$, $\angle BOC = 73^\circ$, $\angle BOK = 27^\circ$. Найдите угол AOC .
30. На рисунке 209 $\angle DOK = \angle MOP$, $\angle POK = \angle TOM$. Докажите, что $\angle DOT = 2\angle KOM$.



31. Луч SA проходит между сторонами угла BSC . Луч SD — биссектриса угла BSA , луч SE — биссектриса угла CSA . Найдите угол BSC , если $\angle DSE = 63^\circ$.
32. На рисунке 210 $\angle PSM = \angle KSE$ и $\angle KSM = \angle ESF$. Найдите угол MSF , если $\angle PSM = 38^\circ$.
33. На рисунке 211 луч TD — биссектриса угла ATR . Найдите угол CTD , если $\angle ATR = 116^\circ$.
34. На рисунке 212 луч DA — биссектриса угла PDQ . Найдите угол PDQ , если $\angle ADN = 164^\circ$.



Смежные и вертикальные углы

35. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 31° и 159° ; 2) 142° и 38° ?
36. Найдите угол, смежный с углом: 1) 5° ; 2) 101° .

37. Запишите все пары смежных углов, изображённых на рисунке 213.
38. Один из смежных углов в 11 раз меньше другого. Найдите эти углы.
39. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 3 : 7.
40. На рисунке 214 угол CTB равен 71° . Найдите углы CTA , ATD , DTB .
41. На рисунке 215 $\angle MPD = 103^\circ$, $\angle FPK = 49^\circ$. Найдите угол EPT .

Рис. 213	Рис. 214	Рис. 215

42. На рисунке 216 $\angle KNH + \angle KNM + \angle MNE = 215^\circ$. Найдите углы KNH и KNM .
43. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 4 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите этот угол.
44. Три прямые пересекаются в одной точке (рис. 217). Найдите сумму углов 2 и 3, если $\angle 1 = 48^\circ$.

Рис. 216	Рис. 217

45. На рисунке 218 $\angle CBA = \angle BDF$. Докажите, что $\angle ABK = \angle CDB$.
46. Угол между биссектрисой угла MKP и лучом, дополнительным к стороне KM , равен 164° . Найдите угол MKP .
47. Какой угол образует биссектриса угла, равного 126° , с лучом, дополнительным к одной из его сторон?
48. На рисунке 219 прямые DE , KF и PT пересекаются в точке S . Луч SP — биссектриса угла ESK . Найдите $\angle DSP$, если $\angle ESK = 64^\circ$.

Рис. 218

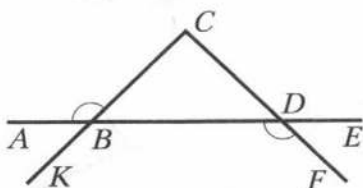
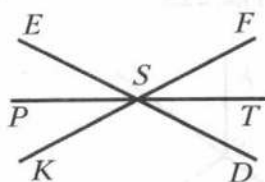


Рис. 219



Перпендикулярные прямые

49. Проведите прямую p и отметьте точку F , не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку F прямую, перпендикулярную прямой p .
50. Прямые p и l перпендикулярны (рис. 220). Укажите пары перпендикулярных отрезков, изображённых на рисунке.
51. На рисунке 221 $\angle MKS = \angle EKP$, $\angle EKT = \angle PKS$. Докажите, что $MP \perp TK$.

Рис. 220

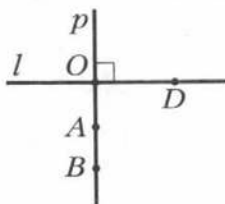
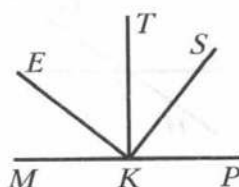


Рис. 221

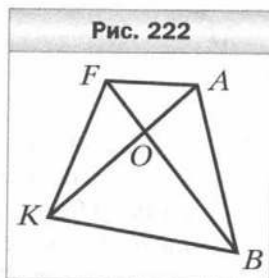


52. Углы FMN и FMK равны, а точки K , M и N лежат на одной прямой. Докажите, что углы FMN и FMK прямые.
53. Как, используя линейку и шаблон угла 5° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники

54. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте его вершины буквами M , O , N . Укажите:
- 1) сторону, противолежащую углу O ;
 - 2) углы, прилежащие к стороне MN ;
 - 3) проведите высоту и биссектрису треугольника MON , выходящие соответственно из вершин M и O .

55. Укажите все треугольники, изображённые на рисунке 222, одной из вершин которых является точка A .



56. Треугольники SKT и ABE равны. Найдите отрезок BE и угол K , если $ST = AE$, $\angle T = \angle E$, $KT = 15$ см, $\angle B = 108^\circ$.
57. Одна из сторон треугольника равна 48 см, вторая сторона в 2 раза больше первой, а третья сторона на 17 см меньше второй. Найдите периметр треугольника.
58. Одна из сторон треугольника на 27 см меньше второй и в 2 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 163 см.
59. В треугольнике ABC проведены медианы AM и CD . Периметры треугольников ACD и BCD равны, а периметр треугольника ABC равен 32 см. Найдите стороны треугольника ABC , если $AC : AB = 5 : 6$.

Первый и второй признаки равенства треугольников

60. Равные отрезки MN и SV пересекаются в точке A так, что $MA : AN = SA : AV = 3 : 5$. Докажите, что $\triangle MAV = \triangle SAN$.

61. На рисунке 223 $MF = FP$, $\angle MFK = \angle PFK$. Докажите, что $\triangle MFK = \triangle PFK$.
62. На рисунке 224 серединные перпендикуляры l_1 и l_2 отрезков AB и CD пересекаются в точке O . Найдите OB , если $OA = OC$ и $OD = 9$ см.

Рис. 223

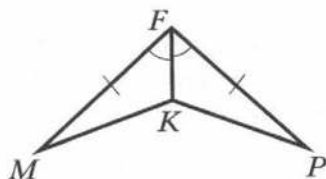
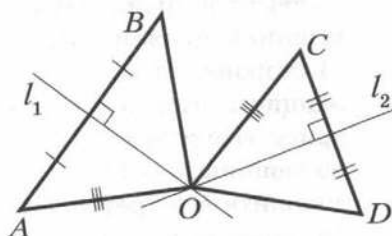


Рис. 224



63. Серединный перпендикуляр стороны AC треугольника ABC пересекает сторону AB в точке E . Найдите сторону AB , если $BC = 4$ см, а периметр треугольника BEC равен 16 см.
64. На рисунке 225 $BD = FD$, $\angle MBC = \angle KFE$. Докажите, что $\triangle BCD = \triangle FED$.
65. На рисунке 226 $\angle EDK = \angle PMK$, $DK = KM$. Докажите, что $KE = KP$.

Рис. 225

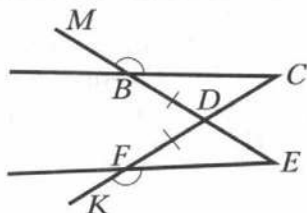
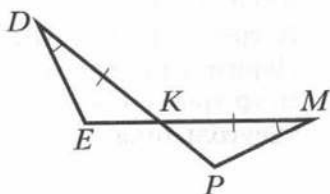


Рис. 226



66. На рисунке 227 $DP = KE$, $\angle FDP = \angle KEN$, $\angle MKD = \angle NPE$. Докажите, что $MD = NE$.
67. На рисунке 228 $EO = OF$, $\angle E = \angle F$. Докажите, что $\triangle COD = \triangle AOB$.

Рис. 227

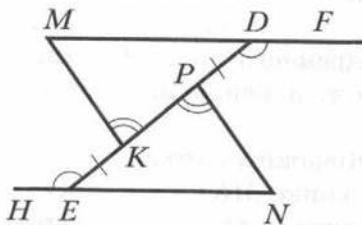
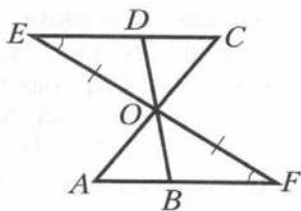


Рис. 228



68. На рисунке 229 $AO = OC$, $MO = OK$, $AD = BC$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle CDA$.
69. На рисунке 230 $BD = BE$, $\angle BDC = \angle BEA$, $\angle ABE = \angle CBD$. Найдите угол BAD , если $\angle BCE = 27^\circ$.

Рис. 229

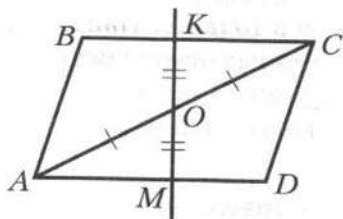
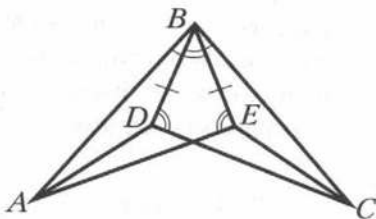


Рис. 230



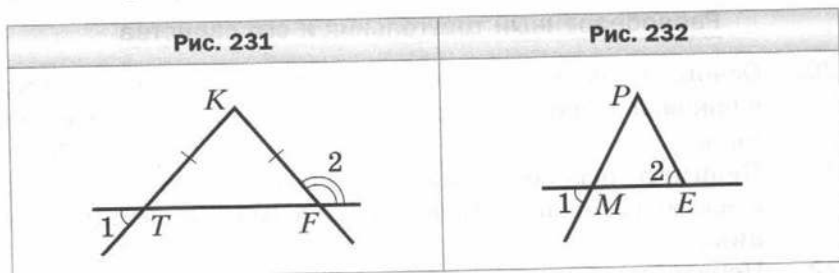
Равнобедренный треугольник и его свойства

70. Основание равнобедренного треугольника равно 11 см, а боковая сторона — 8 см. Найдите периметр треугольника.
71. Периметр равнобедренного треугольника равен 29 см, а боковая сторона — 9 см. Найдите основание треугольника.
72. Периметр равностороннего треугольника равен 24 см. Одна из его сторон является боковой стороной равнобедренного треугольника, периметр которого равен 20 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

73. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 63 см, а боковая сторона на 6 см больше основания.
74. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 87 см, а основание составляет 0,9 боковой стороны.
75. На рисунке 231 $TK = KF$. Докажите, что $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.
76. В равнобедренном треугольнике MKP ($MK = KP$) провели биссектрису KE . Найдите её длину, если периметр треугольника MKP равен 72 см, а периметр треугольника MKE — 48 см.
77. Серединный перпендикуляр стороны DE равнобедренного треугольника DEF ($DE = EF$) пересекает сторону DF в точке K . Найдите сторону DF , если $DE = 21$ см, а периметр треугольника EKF равен 60 см.
78. В равнобедренном треугольнике ACK на боковых сторонах AC и CK соответственно отметили точки D и F так, что $CD = CF$. Докажите, что $\angle DKA = \angle FAK$.
79. Докажите равенство равнобедренных треугольников по основанию и биссектрисе треугольника, проведённой из вершины равнобедренного треугольника.

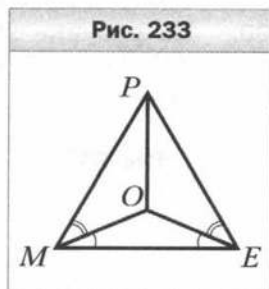
Признаки равнобедренного треугольника

80. На рисунке 232 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $PM = PE$.



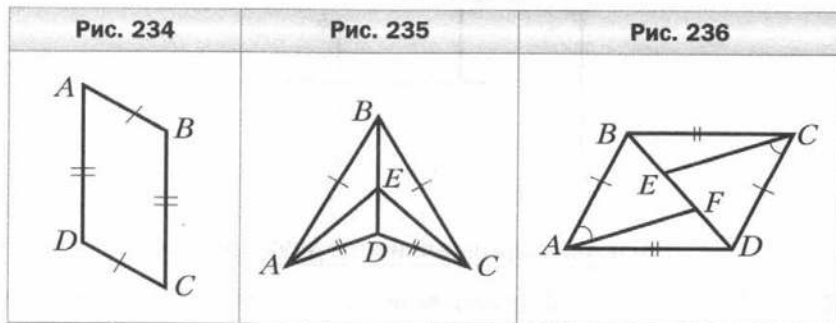
81. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . На продолжении его медианы BD за точку D отметили точку K . Докажите, что треугольник AKC равнобедренный.

82. На медиане BM треугольника ABC отметили точку K . Докажите, что если $\angle AKM = \angle CKM$, то треугольник ABC — равнобедренный.
83. На рисунке 233 $\angle OME = \angle OEM$, $\angle PMO = \angle PEO$. Докажите, что $\triangle MOP = \triangle EOP$.
84. На стороне QD треугольника TQD отметили точку F так, что $DF : FQ = 1 : 4$. Биссектриса QE пересекает отрезок TF в его середине. Найдите TQ , если известно, что $DF = 3$ см.



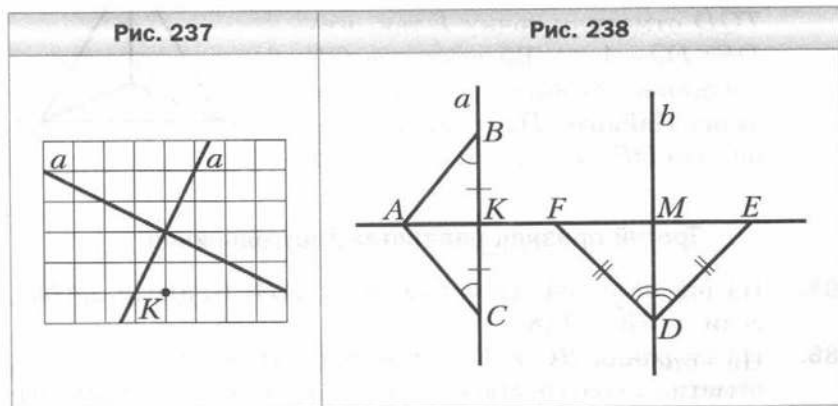
Третий признак равенства треугольников

85. На рисунке 234 $AB = CD$, $BC = AD$. Найдите $\angle ADC$, если $\angle ABC = 118^\circ$.
86. На сторонах BC и B_1C_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ отметили соответственно точки D и D_1 . Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AD = A_1D_1$, $BD = B_1D_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$.
87. На рисунке 235 $AB = BC$ и $AD = DC$. Докажите, что $AE = EC$.
88. На рисунке 236 $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle BAF = \angle DCE$. Найдите CE , если $AF = 8$ см.

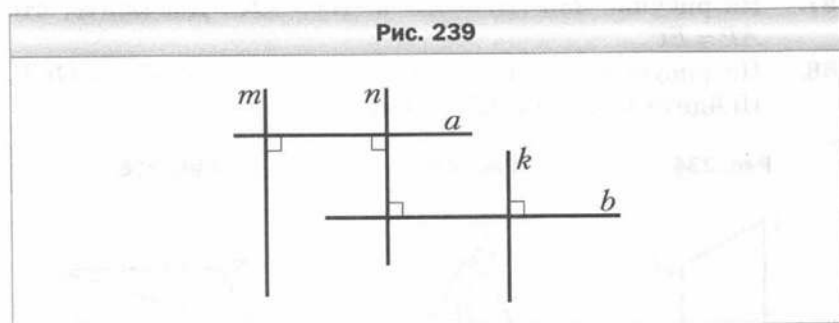


Параллельные прямые

89. Перерисуйте в тетрадь рисунок 237. Проведите через точку K прямые, параллельные прямым a и b .
90. На рисунке 238 $\angle ABC = \angle ACB$, $BK = KC$, $DF = DE$, $\angle FDM = \angle EDM$. Докажите, что прямые a и b параллельны.



91. Докажите, что прямые m и k параллельны (рис. 239).



Признаки параллельности двух прямых

92. На рисунке 240 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
93. Параллельны ли прямые a и c на рисунке 241? Ответ обоснуйте.

Рис. 240

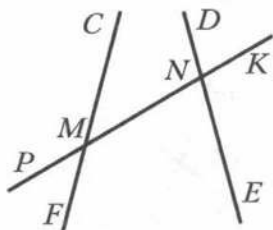
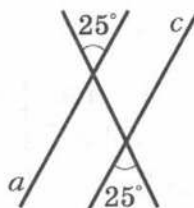


Рис. 241



94. На рисунке 242 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. Докажите, что прямые a и c параллельны.

95. На рисунке 243 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. Докажите, что прямые BC и B_1C_1 параллельны.

96. На рисунке 244 $KP = FP$, $\angle MFK = \angle EFK$, $FK \perp ME$. Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

Рис. 242

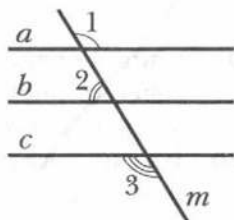


Рис. 243

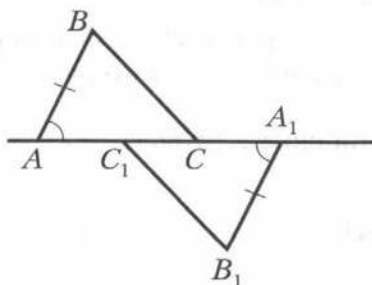
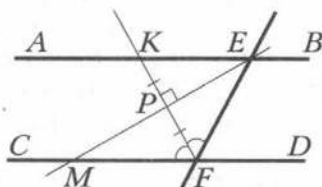


Рис. 244

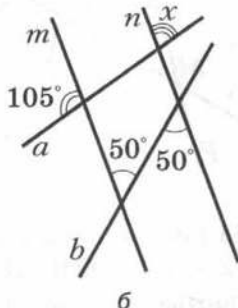
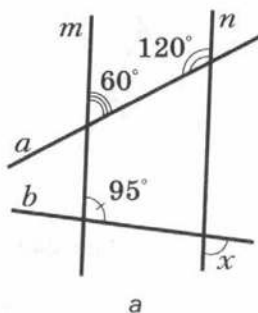


Свойства параллельных прямых

97. Найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, если один из этих углов равен 138° .

98. На рисунке 245 найдите градусную меру угла x .

Рис. 245



99. Один из односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей, в 5 раз меньше другого. Найдите эти углы.
100. На рисунке 246 прямые AB и CD параллельны. Докажите, что биссектрисы углов APM и DKN параллельны.
101. На биссектрисе угла ABC отметили точку P и через неё провели прямую, параллельную стороне BC . Эта прямая пересекла сторону BA в точке N . Найдите углы BPN и BNP , если $\angle ABC = 120^\circ$.
102. На рисунке 247 биссектрисы углов AMP и BMP пересекают прямую CD в точках F и E . Докажите, что если $MP = PE$, то $FP = PE$.
103. На рисунке 248 $AB \parallel DE$. Найдите $\angle BCD$, если $\angle ABC = 140^\circ$, $\angle CDE = 10^\circ$.

Рис. 246

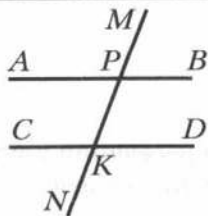


Рис. 247

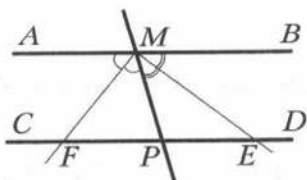
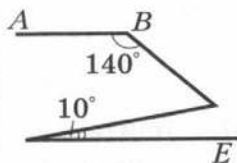


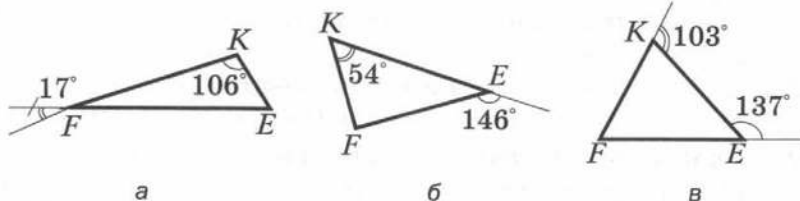
Рис. 248



Сумма углов треугольника

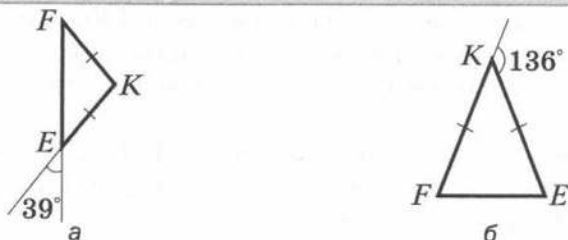
104. Найдите угол треугольника, если два другие его угла равны 4° и 7° .
105. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 67° . Найдите угол при вершине этого треугольника.
106. Найдите на рисунке 249 неизвестные углы треугольника FKE .

Рис. 249



107. Найдите на рисунке 250 неизвестные углы равнобедренного треугольника FKE ($FK = KE$).

Рис. 250



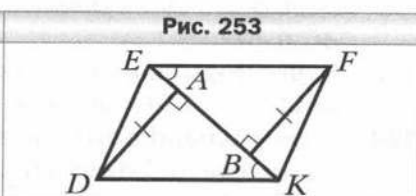
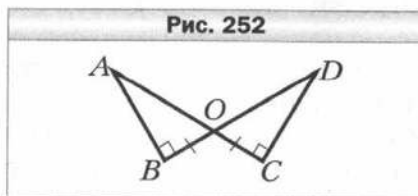
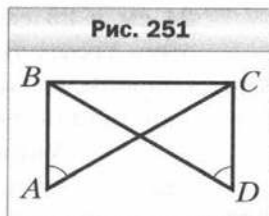
108. Найдите углы треугольника MFK , если $\angle M + \angle K = 130^\circ$, $\angle K + \angle F = 170^\circ$.
109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине в 2 раза меньше угла при основании.
110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $2 : 3 : 4$.
111. Один из углов треугольника равен 104° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 105° ; 2) 103° ?

112. Один из внешних углов треугольника равен 73° , а один из углов треугольника, не смежный с ним, — 27° . Найдите второй угол треугольника, не смежный с данным внешним.
113. Один из внешних углов треугольника равен 98° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них в 13 раз меньше другого.
114. Два внешних угла треугольника равны 151° и 143° . Найдите третий внешний угол треугольника.
115. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них в 2 раза больше другого. Сколько решений имеет задача?
116. Биссектрисы углов M и P треугольника MPK пересекаются в точке O . Найдите угол MKP , если $\angle MOP = 145^\circ$.
117. Один из углов, образованных при пересечении биссектрис двух углов равнобедренного треугольника, равен 128° . Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?
118. В треугольнике ABC проведены высота AH и биссектриса AM . Найдите угол HAM , если $\angle BAC = 28^\circ$, $\angle ABC = 78^\circ$.
119. Один из углов треугольника равен 130° . Высота и биссектриса, проведённые из вершины этого угла, образуют угол, равный 10° . Найдите неизвестные углы треугольника.
120. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена биссектриса BD . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle ADB = 110^\circ$.
121. Высота CH и биссектриса AM прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке O . Найдите острые углы треугольника ABC , если $\angle AOH = 77^\circ$.
122. Существует ли треугольник со сторонами: 1) 8 см, 11 см, 19 см; 2) 9 см, 17 см, 27 см? Ответ обоснуйте.
123. Найдите сторону AB равнобедренного треугольника ABC , если $AC = 6$ см, $BC = 12$ см.
124. Сравните углы треугольника MKF , если $MK > KF$ и $MK = MF$.

125. Сравните стороны треугольника MKE , если $\angle M < \angle K$ и $\angle E = \angle M$.
126. Существует ли треугольник MPK , в котором $\angle M = 75^\circ$, $\angle K = 61^\circ$, $PK = 28$ см, $MP = 30$ см?
127. Существует ли треугольник MNT , в котором $\angle N = 98^\circ$, $MN = 12$ см, $MT = 10$ см?
128. Может ли наименьшая сторона треугольника лежать против угла 69° ?
129. В треугольнике PKE известно, что $PK = 1,4$ см, $PE = 2,5$ см. Найдите третью сторону этого треугольника, если её длина, выраженная в сантиметрах, равна целому числу. Сколько решений имеет задача?

Прямоугольный треугольник

130. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 54° . Найдите другой острый угол.
131. На рисунке 251 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle CDB$. Докажите, что $AC = BD$.
132. На рисунке 252 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $BO = CO$. Найдите OD , если $AO = 12$ см.
133. Из точки M , принадлежащей углу ABC , проведены перпендикуляры ME и MD к его сторонам. Найдите угол DMB , если $\angle EMB = 52^\circ$ и $BD = BE$.
134. На рисунке 253 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DA = FB$, $\angle FEK = \angle DKE$. Докажите, что $DE = FK$.



135. В треугольнике ABC провели медиану AM . Из точек B и C на прямую AM опустили перпендикуляры BK и CN . Докажите, что $KM = NM$.

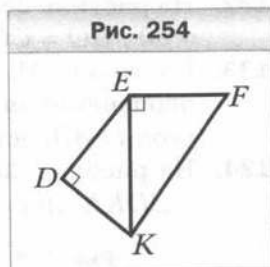
- 136.** Прямоугольные треугольники NKF ($\angle N = 90^\circ$) и NKS ($\angle K = 90^\circ$) имеют общий катет NK , а точки F и S лежат в разных полуплоскостях относительно прямой NK . Докажите, что если $KF = NS$, то прямые KF и NS параллельны.
- 137.** Докажите равенство прямоугольных треугольников по высоте, проведённой из вершины прямого угла, и одному из отрезков, на которые эта высота делит гипотенузу.
- 138.** В остроугольных треугольниках DEF и $D_1E_1F_1$ провели высоты DK и D_1K_1 . Докажите, что если $DF = D_1F_1$, $DK = D_1K_1$, $EK = E_1K_1$, то $\triangle DEF = \triangle D_1E_1F_1$.

Свойства прямоугольного треугольника

- 139.** Стороны прямоугольного треугольника равны 7 см, 24 см и 25 см. Укажите длины катетов и гипотенузы этого треугольника.
- 140.** Стороны прямоугольного треугольника и высота, проведённая к гипотенузе, равны 12 см, 15 см, 20 см и 25 см. Укажите длины катетов этого треугольника, гипотенузы и высоты, проведённой к гипотенузе.

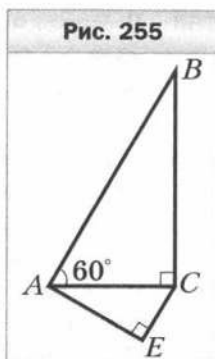
- 141.** На рисунке 254 $\angle FEK = 90^\circ$, $\angle EDK = 90^\circ$. Докажите, что $FK > DE$.

- 142.** Из точки C к прямой AB проведены наклонные CA и CB и перпендикуляр CD так, что точка D лежит между точками A и B и $\angle CBD = 59^\circ$. Сравните отрезки AC и BD .



- 143.** В прямоугольном треугольнике MDS катет DS равен 28 см, $\angle D = 60^\circ$. Найдите гипотенузу DM .
- 144.** В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$. На катете BC отметили такую точку D , что $\angle BDA = 120^\circ$. Найдите BC , если $AD = 12$ см.
- 145.** В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CD . Найдите угол BCD , если $AB = 10$ см, $BC = 5$ см.

146. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) провели высоту CM . Найдите гипотенузу AB , если $AC = 12$ см, $AM = 6$ см.
147. На рисунке 255 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle AEC = 90^\circ$. Найдите угол CAE , если $AB = 20$ см, $CE = 5$ см.
148. В треугольнике DEF известно, что $\angle D = 90^\circ$, $\angle F = 30^\circ$. Биссектриса угла E пересекает катет DF в точке P . Найдите FP , если $EP + PD = 12$ см.



Геометрическое место точек.

Окружность и круг

149. Какие из точек на рисунке 256 принадлежат окружности с центром O ; кругу с центром O ?
150. Найдите радиус окружности, если её диаметр равен: 1) 18 см; 2) b см.
151. Начертите окружность, радиус которой равен 3 см. Проведите в этой окружности радиус, диаметр и хорду, не являющуюся диаметром.
152. В окружности проведены радиусы OM , ON и OK (рис. 257). Найдите $\angle MON$, если $\angle ONM = \angle ONK$ и $\angle KON = 62^\circ$.
153. На рисунке 258 точка O — центр окружности, $\angle KOM = 76^\circ$. Найдите $\angle KNM$.

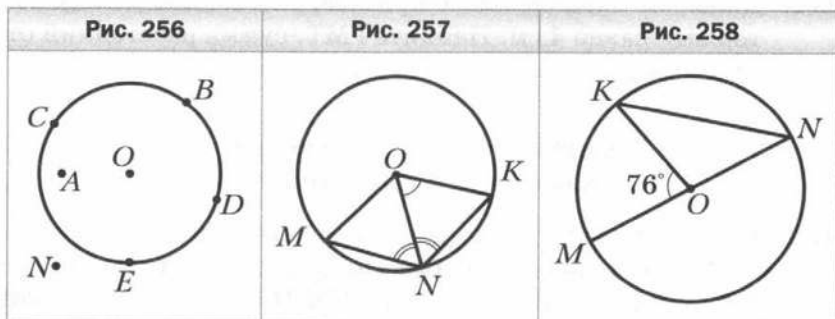
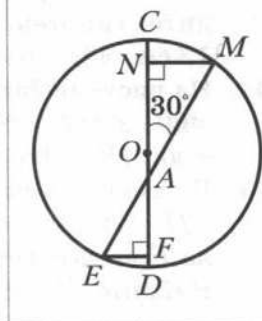


Рис. 259



154. В окружности с центром O проведены диаметр DF и хорда FE . Найдите $\angle FDE$, если $\angle FEO = 23^\circ$.
155. На рисунке 259 хорда ME пересекает диаметр CD в точке A , $\angle MNA = \angle EFA = 90^\circ$, $\angle MAN = 30^\circ$, сумма длин отрезков MN и EF равна 16 см. Найдите хорду EM .
156. Дан отрезок MN длиной 3 см. Найдите ГМТ, равноудалённых от точек M и N и находящихся на расстоянии 3 см от прямой MN .
157. На одной из сторон тупого угла отмечены точки M и N . Найдите ГМТ, равноудалённых от точек M и N и находящихся на расстоянии 3 см от прямой, содержащей вторую сторону угла.
158. Найдите ГМТ, расстояние от которых до центра данной окружности в 3 раза больше её радиуса.
159. Прямые a и b пересекаются. Найдите ГМТ, находящихся на расстоянии 4 см от прямой a и 1 см от прямой b .
160. Даны точки P и D . Найдите ГМТ вершин F треугольников PDF таких, что медиана FB равна 3,5 см.
161. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 2,5 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых равна 4 см.
162. Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 4 см. Найдите ГМТ, сумма расстояний от которых до этих прямых меньше 6 см.

Некоторые свойства окружности.
Касательная к окружности

163. Прямая касается окружности с центром O в точке D . На касательной по разные стороны от точки D отметили точки E и F такие, что $\angle OED = \angle OFD$. Найдите угол FOD , если $\angle EOD = 54^\circ$.

164. На рисунке 260 прямая BE касается окружности с центром O в точке B . Найдите $\angle PBE$, если $\angle AOB = 142^\circ$.
165. На рисунке 261 две окружности имеют общий центр O . К меньшей из них провели перпендикулярные касательные AB и CD , пересекающиеся в точке K . Найдите радиус меньшей окружности, если $CD = 12$ см, $CK = 2$ см.

Рис. 260

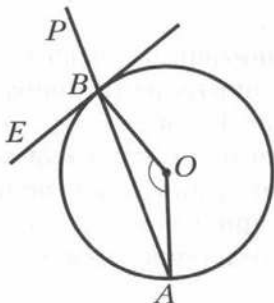
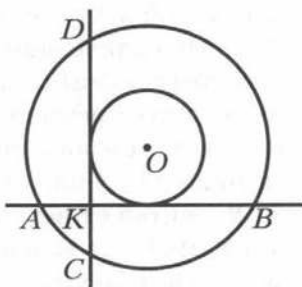


Рис. 261



166. На рисунке 262 две окружности имеют общий центр O . Через точку M большей окружности проведены касательные MB и MC к меньшей окружности. Найдите MK , если радиус большей окружности равен 12 см, а $\angle BMC = 120^\circ$.
167. На рисунке 263 прямые NA , NB и DF касаются окружности в точках A , B и E соответственно. Найдите периметр треугольника NDF , если $NB = 8$ см.

Рис. 262

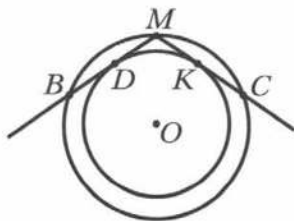
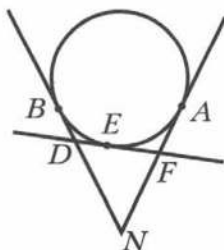


Рис. 263



Описанная и вписанная окружности треугольника

- 168.** Точка пересечения высот DK и FH треугольника DEF является центром вписанной в него окружности. Докажите, что треугольник DEF равносторонний.
- 169.** Из точки O , принадлежащей биссектрисе BM треугольника ABC , проведены перпендикуляры OK и OF соответственно к сторонам AB и AC . Докажите, что если $\angle AOK = \angle AOF$, то точка O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .
- 170.** Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 16 см.
- 171.** Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $3 : 8$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите основание треугольника, если его периметр равен 56 см.
- 172.** В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 4 см и 21 см. Найдите радиус окружности, если периметр треугольника равен 56 см.
- 173.** К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC , проведена касательная, пересекающая боковые стороны AC и BC в точках E и F соответственно. Найдите основание треугольника ABC , если периметр треугольника CEF равен 16 см и $AC = BC = 12$ см.
- 174.** Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке M . Найдите сторону AC , если $BM = 5$ см, а периметр треугольника ABC равен 24 см.

Задачи на построение

175. Перерисуйте в тетрадь рисунок 264. Постройте окружность, проходящую через точки K , L и P .

176. Постройте касательную к данной окружности, образующую с данной прямой угол 45° . Сколько решений имеет задача?

177. Постройте равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) по биссектрисе угла A и углу, который образует эта биссектриса со стороной AB .

178. Постройте равнобедренный треугольник по высоте, проведённой к основанию и углу при основании.

179. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по перпендикуляру, проведённому из середины катета к гипотенузе.

180. Постройте равносторонний треугольник по перпендикуляру, проведённому из середины одной из сторон к его высоте.

181. Постройте треугольник ABC по его биссектрисе BK , отрезку CK и углу BKC .

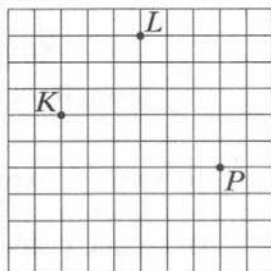
182. Даны окружность радиусом 2 см и принадлежащая ей точка C . Постройте точку, удалённую от точки C на 1,5 см и от центра окружности на 3 см. Сколько решений имеет задача?

183. Дан треугольник DEF . Постройте точку, равноудалённую от точек D и E и находящуюся на расстоянии 3 см от точки F . Сколько решений может иметь задача?

184. Прямая b пересекает стороны угла KPD . Постройте точку, принадлежащую углу, равноудалённую от его сторон и находящуюся на расстоянии 3 см от прямой a . Сколько решений может иметь задача?

185. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катетов и острому углу.

Рис. 264



Контрольные работы

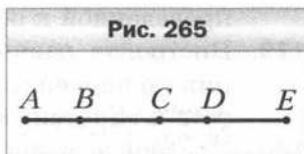
Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Простейшие геометрические фигуры
и их свойства

1. Луч OD проходит между сторонами угла AOB . Найдите величину угла DOB , если $\angle AOB = 87^\circ$, $\angle AOD = 38^\circ$.
2. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 63° . Найдите градусные меры остальных углов.
3. Один из смежных углов на 52° больше другого. Найдите эти углы.
4. На рисунке 265 $AB = CD$, $AC = CE$. Докажите, что $BC = DE$.
5. Углы ABC и CBD — смежные, луч BM — биссектриса угла ABC , угол ABM в 2 раза больше угла CBD . Найдите углы ABC и CBD .
6. Точки A , B и C лежат на одной прямой, $AB = 15$ см, отрезок AC в 4 раза больше отрезка BC . Найдите отрезок AC .

Рис. 265



Контрольная работа № 2

Тема. Треугольники

- Докажите равенство треугольников MBF и DBF (рис. 266), если $\angle MBF = \angle DBF$, $\angle MFB = \angle DFB$.
- Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а боковая сторона на 18 см больше основания.
- На рисунке 267 $DP = PE$, $DK = KE$. Докажите равенство углов KDM и KEM .
- На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки E и F такие, что $AE = CF$. Докажите, что $\angle ACE = \angle CAF$.
- Серединный перпендикуляр стороны AB треугольника ABC пересекает его сторону AC в точке D . Найдите периметр треугольника BDC , если $AC = 8$ см, $BC = 6$ см.

Рис. 266

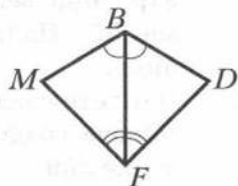
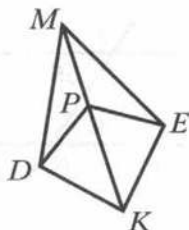


Рис. 267



Контрольная работа № 3

Тема. Параллельные прямые.
Сумма углов треугольника

1. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 56° . Найдите углы при основании этого треугольника.
2. Найдите градусную меру угла CMK (рис. 268).
3. Какова градусная мера угла A , изображённого на рисунке 269?

Рис. 268

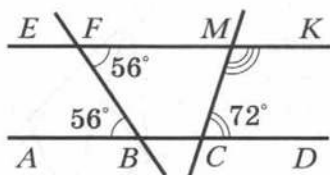
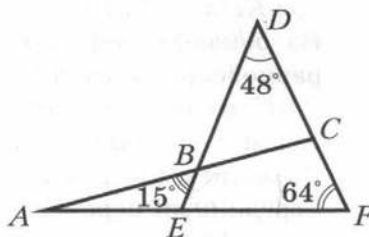
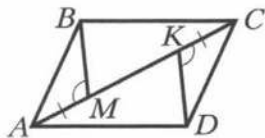


Рис. 269



4. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. На катете BC отметили точку D такую, что $\angle ADC = 60^\circ$. Найдите катет BC , если $CD = 5$ см.
5. Известно, что $AB \parallel CD$, $AM = CK$, $\angle AMB = \angle CKD$ (рис. 270). Докажите, что $BC \parallel AD$.

Рис. 270



Контрольная работа № 4

Тема. Окружность и круг. Геометрические построения

1. На рисунке 271 точка O — центр окружности, $\angle AOC = 50^\circ$. Найдите угол BCO .
2. К окружности с центром O провели касательную AB (B — точка касания). Найдите радиус окружности, если $AB = 8$ см и $\angle AOB = 45^\circ$.
3. Через концы диаметра AB окружности с центром O проведены параллельные хорды BC и AD (рис. 272). Докажите, что $AD = BC$.

Рис. 271

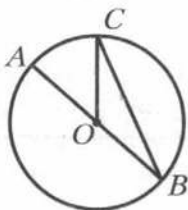
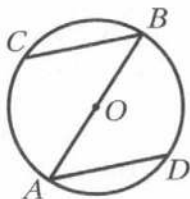


Рис. 272

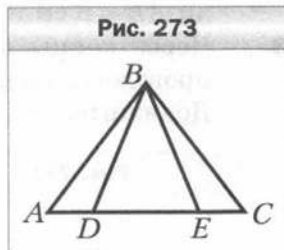


4. Постройте равнобедренный треугольник по медиане, проведённой к основанию, и углу между этой медианой и боковой стороной треугольника.
5. На данной окружности постройте точку, находящуюся на данном расстоянии от данной прямой. Сколько решений может иметь задача?

Контрольная работа № 5

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся
за курс 7 класса

- В треугольнике MPK известно, что $\angle M = 64^\circ$, $\angle P = 46^\circ$.
Укажите верное неравенство:
1) $MK > PK$; 3) $MK > PM$;
2) $PK > PM$; 4) $PM > MK$.
- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный (рис. 273), если $AD = EC$ и $\angle BDE = \angle BED$.
- В треугольнике DEF известно, что $\angle EDF = 68^\circ$, $\angle DEF = 44^\circ$. Биссектриса угла EDF пересекает сторону EF в точке K . Найдите угол DKF .
- Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $3 : 2$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 64 см.
- Отрезок BM — медиана равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$). На стороне AB отметили точку K такую, что $KM \parallel BC$. Докажите, что $BK = KM$.

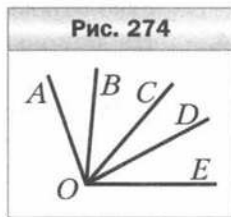


Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Простейшие геометрические фигуры и их свойства

1. Точка M принадлежит отрезку AB . Найдите длину отрезка MB , если $AB = 12,3$ см, $AM = 7,4$ см.
2. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 124° . Найдите градусные меры остальных углов.
3. Один из смежных углов на 28° меньше другого. Найдите эти углы.
4. На рисунке 274 $\angle AOB = \angle COD$, $\angle AOC = \angle COE$. Докажите, что $\angle BOC = \angle DOE$.
5. Углы DEF и MEF — смежные, луч EK — биссектриса угла DEF , угол KEF в 4 раза меньше угла MEF . Найдите углы DEF и MEF .
6. Точки M , K и P лежат на одной прямой, $MP = 24$ см, отрезок KP в 5 раз меньше отрезка MK . Найдите отрезок MK .



Контрольная работа № 2

Тема. Треугольники

1. Докажите равенство треугольников ABD и CDB (рис. 275), если $\angle ABD = \angle CDB$ и $AB = CD$.
2. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 76 см, а основание на 14 см меньше боковой стороны.
3. На рисунке 276 $\angle ABE = \angle CBE$, $\angle AEB = \angle CEB$. Докажите равенство отрезков AD и CD .
4. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки M и K так, что $\angle BAK = \angle BCM$. Докажите, что $BM = CK$.
5. Серединный перпендикуляр стороны AC треугольника ABC пересекает его сторону AB в точке K . Найдите сторону AB треугольника ABC , если $BC = 7$ см, а периметр треугольника BKC равен 23 см.

Рис. 275

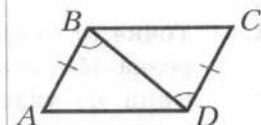
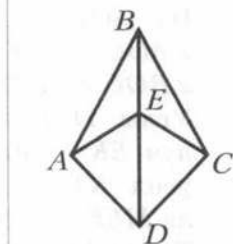


Рис. 276



Контрольная работа № 3

Тема. Параллельные прямые.
Сумма углов треугольника

1. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 57° . Найдите угол при вершине этого треугольника.
2. Найдите градусную меру угла DCE (рис. 277).
3. Какова градусная мера угла F , изображённого на рисунке 278?

Рис. 277

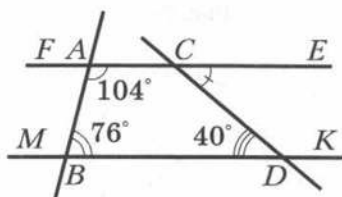
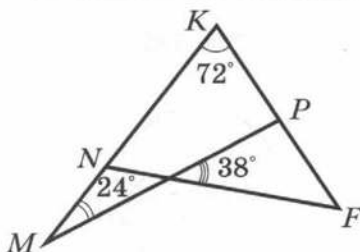
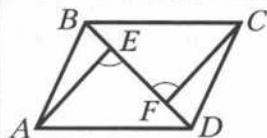


Рис. 278



4. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, отрезок BM — биссектриса треугольника. Найдите катет AC , если $BM = 6$ см.
5. Известно, что $BC \parallel AD$, $BF = DE$, $\angle AED = \angle CFB$ (рис. 279). Докажите, что $AB \parallel CD$.

Рис. 279



Контрольная работа № 4

Тема. Окружность и круг.
Геометрические построения

1. На рисунке 280 точка O — центр окружности, $\angle ABO = 40^\circ$. Найдите угол BOC .
2. К окружности с центром O провели касательную CD (D — точка касания). Найдите радиус окружности, если $CO = 16$ см и $\angle COD = 60^\circ$.
3. В окружности с центром O провели диаметры MN и PK (рис. 281). Докажите, что $MK \parallel PN$.

Рис. 280

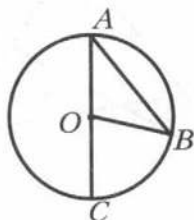
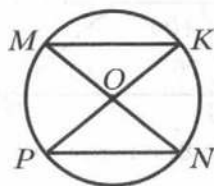


Рис. 281

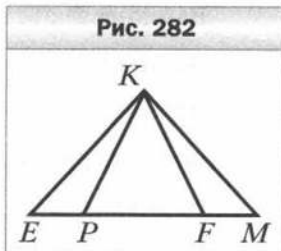


4. Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и биссектрисе, проведённой к основанию.
5. На данной окружности постройте точку, равноудалённую от двух пересекающихся прямых. Сколько решений может иметь задача?

Контрольная работа № 5

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся
за курс 7 класса

1. В треугольнике DEF известно, что $\angle D = 52^\circ$, $\angle E = 112^\circ$.
Укажите верное неравенство:
1) $DF < DE$; 3) $EF < DE$;
2) $DF < EF$; 4) $DE < EF$.
2. Докажите, что треугольник KPF равнобедренный (рис. 282), если $KM = KE$ и $\angle MKF = \angle EKP$.
3. В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 56^\circ$. Биссектриса угла BAC пересекает сторону BC в точке D , $\angle ADC = 104^\circ$.
Найдите угол ABC .
4. Боковая сторона равнобедренного треугольника делится точкой касания вписанной окружности в отношении $5 : 8$, считая от вершины угла при основании треугольника. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 72 см.
5. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . На стороне AB отметили точку M такую, что $AM = MK$. Докажите, что $MK \parallel AC$.



Содержание

От авторов	3
Упражнения	4
Вариант 1	4
Вариант 2	28
Вариант 3	52
Вариант 4	76
Контрольные работы	100
Вариант 1	100
Вариант 2	105

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

**Мерзляк Аркадий Григорьевич
Полонский Виталий Борисович
Рабинович Ефим Михайлович
Якир Михаил Семёнович**

Геометрия

Дидактические материалы

7 класс

**Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций**

Редактор *Е.В. Буцко*

Художественный редактор *Д.Э. Буланкин*

Макет *Д.Э. Буланкин*

Внешнее оформление *Е.В. Чайко*

Компьютерная вёрстка *О.В. Поповой*

Технический редактор *Е.А. Урвачева*

Корректор *О.А. Мерзликина*

Подписано в печать 26.03.18. Формат 60×84/16
Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная
Печ. л. 7,0. Тираж 20 000 экз. Заказ №Э-3718.
Отпечатано в типографии
ООО «Комбинат программных средств»
420044, РТ, г. Казань, пр. Ямашева, д. 36Б.

ООО Издательский центр «Вентана-Граф»
123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5



rosuchebnik.rf/metod

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
можно отправлять по электронному адресу: expert@rosuchebnik.ru

По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru

Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:
LECTA.ru, тел.: 8-800-555-46-68

В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных
материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы,
вебинары и видеозаписи открытых уроков rosuchebnik.rf/metod